

POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA IV – rok szkolny 2019/2020

poziom: ponadpodstawowy

RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ I

1. Uzasadnij, że liczba $1^{2019} + 2^{2019} + 3^{2019}$ dzieli się przez 11.
2. Pokaż, że dla dowolnego naturalnego $n > 0$ co najmniej jedna z liczb $5^n - 1$ i $5^n + 1$ jest złożona.
3. Pokaż, że jeżeli liczby dodatnie x, y, z, t w tej kolejności stanowią ciąg geometryczny, to albo wszystkie są równe, albo $x + t > y + z$.
4. Punkty T, R, A, P, E, Z są środkami kolejnych boków sześciokąta foremnego o boku 1. Oblicz pole sześciokąta $TRAPEZ$.
5. Wiedząc, że $\cos 72^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$, oblicz pole pięciokąta foremnego o boku długości 1.
6. Znajdź największą wartość wyrażenia $w = \frac{a}{a^2+a+1}$, gdzie a jest zmienną rzeczywistą.
7. Pokaż, że jeżeli liczba naturalna n ma dokładnie k dzielników, to iloczyn tych dzielników jest równy $\sqrt{n^k}$.
8. Wykaż, że wszystkich liczb 2019-cyfrowych, których suma cyfr wynosi 4 jest dokładnie $\frac{1}{6} \cdot 2019 \cdot 2020 \cdot 2021$.
9. Na przeciwprostokątnej trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych a, b obrano punkt M . Ile wynosi największa wartość iloczynu odległości punktu M od jego rzutów prostokątnych na przyprostokątne trójkąta?
10. Dwusieczna kąta 60° w trójkącie dzieli przeciwległy bok w stosunku 1:2. Znajdź kąty tego trójkąta.