

POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA V – rok szkolny 2019/2020

poziom: młodzicy

RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ I

1. Jacek zapłacił za lizaka 46 groszy dając pięć monet. Jakie to były monety?
2. Dwie liczby dwucyfrowe zapisano za pomocą czterech różnych cyfr. Jaki jest możliwie największy ich iloczyn?
3. Ile jest różnych trójkątów, które nie są równoramienne oraz których długości wyrażają się całkowitymi liczbami centymetrów mniejszymi od 6?
4. Adaś oglądał pewną księgę i obliczył, że do ponumerowania jej stron użyto 297 cyfr 9. Ile stron liczyła ta księga?
5. Pewnego roku było tyle samo niedziel co poniedziałków, ale więcej niż czwartków. Jaki był dzień tygodnia 24 grudnia onego roku?
6. Dookoła ogrodu o wymiarach 52×52 m postawiono ogrodzenie w kształcie kwadratu. W ogrodzie posadzono krzewy w równych rzędach i kolumnach (równoległych do ogrodzenia) – przy czym skrajne rzędy i kolumny są odległe od ogrodzenia o 3,5 m. Odległości między rzędami wynoszą 2,5 m, a między kolumnami 1,5 m (pomijamy wymiary krzewów). Ile krzewów rośnie w tym sadzie?
7. W pewnym popsutym zegarze duża wskazówka porusza się w normalnym tempie. Mała wskazówka porusza się jednak dwa razy wolniej – to znaczy w ciągu doby zamiast dwóch wykonuje tylko jeden pełen obrót. O północy zegar pokazuje dokładny czas – oczywiście wtedy wskazówki pokrywają się. Ile jeszcze razy wskazówki zegara pokrywają się w ciągu najbliższych dwunastu godzin?
8. Pokaż, że iloczyn trzech liczb całkowitych pomnożony przez sumę tych liczb jest liczbą nieparzystą lub liczbą podzielną przez 4.
9. Głodni Adam, Basia i Jacek zamówili dania różnych wielkości: pizzę, frytki i kielbasę. Adam nie zamówił małego dania i nie była to pizza. Basia nie zamówiła średniego dania i nie zamówiła frytek. Jacek nie zamówił dużego dania i nie zamówił kielbasy. Wiadomo, że dużym daniem były frytki. Jakie i jakiej wielkości danie zamówił każdy z nich?
10. Kości domina to płytki z zaznaczonymi kropkami (zwanymi „oczkami”). Każda z płytek podzielona jest na dwie części, a na każdej części zaznaczona jest pewna liczba kropek – zawsze jest to od 0 do 6 oczek. Każda z kostek ma inną **parę** oczek. Wszystkich kostek domina jest 28. A ile jest klocków domina o łącznej parzystej liczbie oczek?

PMM – rok szkolny 2019/2020 – poziom: młodzicy
RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ I – SZKICE ROZWIĄZAŃ

1. Są dwie odpowiedzi (w groszach) : 20, 20, 2, 2, 2 lub 20, 10, 10, 5, 1.
2. Oczywiście jedna z tych liczb zaczyna się cyfrą 9, a druga cyfrą 8. Bezpośrednio sprawdzamy, który z iloczynów $97 \cdot 86 = 8342$, $96 \cdot 87 = 8352$ jest większy. Największy iloczyn to $96 \cdot 87 = 8352$.
3. Trójka liczb $a < b < c$, z których możemy zbudować trójkąt musi spełniać warunek $a + b > c$. Takie trójki, to (2, 3, 4), (2, 4, 5) oraz (3, 4, 5).
4. Do ponumerowania stron 1, 2, . . . , 99 potrzeba 20 cyfr 9, zatem do ponumerowania stron 1, 2, . . . 999 potrzeba ich $10 \cdot 20 + 100 = 300$ (100 to liczba pierwszych cyfr w liczbach 900, 901, . . . 999). Wynika stąd, że 297 cyfr 9 użyjemy do ponumerowania 998 stron.
5. Ponieważ dwa dni tygodnia występowały częściej, był to rok przestępny. Zaczynał się on niedzielą i kończył poniedziałkiem. Łatwo zauważyć, że 24 grudnia był poniedziałek.
6. Nietrudno policzyć, że jest 19 rzędów i 31 krzewów w każdym z nich, czyli krzewów jest 589.
7. Po raz pierwszy pokryją się kilka minut po godzinie pierwszej i od tej pory po każdej pełnej godzinie pokryją się ponownie. Ponieważ od pierwszej w nocy do kolejnego południa minie 11 godzin, to wskazówki pokryją się dokładnie 11 razy.
8. Jeżeli każda z trzech liczb jest nieparzysta, to ich suma też jest nieparzysta, zatem rozważane wyrażenie jest również liczbą nieparzystą. Jeśli dokładnie jedna z liczb jest parzysta, to ich suma jest parzysta, zatem rozważane wyrażenie jest podzielne przez 4. Oczywiście dzieli się ono przez 4 także wtedy, gdy co najmniej dwie z liczb są parzyste.
9. Duże frytki, to nie było zamówienie Basi ani Jacka, zatem zamówił je Adam. Teraz jest jasne, że Basia zamówiła małe danie, zatem Jacek średnie. Ponadto Jacek zamówił pizzę, zatem Basia kielbasę.
10. Wszystkich klocków jest 28, a o nieparzystej liczbie oczek $3 \cdot 4 = 12$. Zatem klocków o parzystej liczbie oczek jest $28 - 12 = 16$.