

POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA V – rok szkolny 2019/2020

poziom: młodzicy

RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ II

1. Znajdź możliwie najmniejszą liczbę sześciocyfrową podzielną przez 3, w której zapisie występują cyfry 0, 2, 3, 5 i tylko one. Oczywiście niektóre cyfry muszą wystąpić więcej niż raz!
2. W krainie krasnali żyją krasnale naziemne i podziemne. Krasnale naziemne zawsze mówią prawdę, a podziemne zawsze kłamią. Siedmiu krasnali – o imionach A, B, C, D, E, F, G – wypowiedziało się na temat jednego ze swoich kolegów:
A mówi "B jest kłamcą". B mówi "C nie jest kłamcą". C mówi "D jest kłamcą". D mówi "E nie jest kłamcą". E mówi "F jest kłamcą". F mówi "G nie jest kłamcą". G mówi "A jest kłamcą".
Które krasnale są naziemne, a które podziemne, jeżeli imiona tylko dwóch naziemnych krasnali są kolejnymi literami alfabetu?
3. Sześcian o objętości 1 litra wykonany z żelaza ma masę 7,8 kg. Jaka masa ma sześcian wykonany z tego samego materiału o krawędzi długości 5 cm?
4. Ślimak wybrał się na wycieczkę nad jezioro. Po drodze spotkał żółwia i namówił go na wspólną wędrówkę. Po dwóch dniach wspólnej wędrówki zauważyli, że czas jaki ślimak spędził w drodze jest trzy razy dłuższy niż czas wspólnej wędrówki. Po dotarciu do jeziora okazało się, że czas wędrówki ślimaka jest o połowę czasu dłuższy niż czas wspólnej wędrówki. Ile dni zajęła żółwiowi wędrówka nad jezioro?
5. Znajdź sumę wszystkich dzielników pierwszych sumy wszystkich dzielników pierwszych liczby 330.
6. Ile jest liczb trzycyfrowych, w których zapisie dziesiętnym zarówno cyfra zero, jak i cyfra jeden występuje przynajmniej raz? (Inne cyfry też mogą występować!)
7. Prostokąt zbudowano z osiemnastu jednakowych kwadracików. Jego obwód wynosi 3762 cm. Jakie mogą być wymiary prostokąta (w centymetrach)?
8. Jakie są miary kątów trójkąta równoramiennego ostrokątnego, w którym znajdziemy kąt o mierze 50° ?
9. Na wieży ratusza wisi stary zegar – tradycyjny, wskazówkowy, z tarczą podzieloną na 12 godzin. Ile minut na godzinę spóźnia się zegar, jeżeli po dokładnym nastawieniu poprawny czas pokaże po raz pierwszy dopiero po trzydziestu dniach?
10. Janek znalazł dziwną kostkę do gry. Wprawdzie na każdej ścianie kostki do gry jest inna liczba oczek – od 1 do 6 – ale oczka te nie są rozmieszczone tak jak na zwykłej kostce (gdzie suma oczek na przeciwległych ściankach zawsze jest równa 7). Janek zauważył za to, że na tej kostce iloczyn liczby oczek na przeciwległych ściankach jest zawsze mniejszy od 15. Ile oczek jest na ścianie przeciwległej do tej z trzema oczkami?

RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ II – SZKICE ROZWIĄZAŃ

1. Ponieważ suma cyfr $0 + 2 + 3 + 5 = 10$, to do uzyskania jak najmniejszej liczby podzielnej przez 3 potrzebujemy jeszcze dwóch cyfr dających w sumie 2, czyli 0 i 2. Szukaną liczbą jest 200235.
2. Przyjmując, że krasnal A jest kłamcą (K) lub prawdomównym (P) otrzymujemy, że odpowiednio ciąg KPPKKPP lub PKKPPKK opisuje prawdziwość lub nieprawdziwość krasnali ustawionych zgodnie z porządkiem alfabetycznym. Tylko drugi opis jest zgodny z warunkami zadania. Naziemne są krasnale A, D i E.
3. Sześcian o objętości 1 litra ma krawędź długości 10 cm. Sześcian o krawędzi długości 5 cm ma objętość 125 cm^3 , czyli $1/8$ litra. Stąd masa mniejszego sześcianu to $7,8/8 = 0,975 \text{ kg}$.
4. Po dwóch dniach wspólnej wędrówki ślimak wędrował już 6 dni. Ponieważ ślimak wędrował 4 dni przed spotkaniem żółwia, to wspólna wędrówka trwała 8 dni i tyle dni wędrował żółw.
5. Dzielnikami pierwszymi liczby 330 są 2, 3, 5, 11. Ich suma to 21. Odpowiedzią jest $3 + 7 = 10$.
6. Wszystkich liczb trzycyfrowych jest 900, a liczb trzycyfrowych bez zera i jedynek 8^3 , zatem szukanych liczb jest $900 - 512 = 388$.
7. Jeżeli bok kwadratu oznaczymy przez x , to wymiar prostokąta wynosi $x \times 18x$ lub $2x \times 9x$ lub $3x \times 6x$, a jego obwód odpowiednio $38x$ lub $22x$ lub $18x$. Ponieważ $3762 = 2 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 19$, to otrzymujemy prostokąty o wymiarach $x \times 18x$ gdzie $x = 9 \cdot 11 = 99$; $2x \times 9x$ gdzie $x = 9 \cdot 19 = 171$ oraz $3x \times 6x$ gdzie $x = 11 \cdot 19 = 209$. Ostatecznie prostokąt może mieć wymiary: $99 \text{ cm} \times 1782 \text{ cm}$, $342 \text{ cm} \times 1539 \text{ m}$ lub $627 \text{ cm} \times 1254 \text{ cm}$.
8. Załóżmy, że w trójkącie ABC boki spełniają równość $|AC| = |BC|$. Należy rozpatrzyć dwa przypadki: $\angle ACB = 50^\circ$, wówczas dwa pozostałe kąty są takie same i równe 65° . Może być również $\angle CAB = \angle ABC = 50^\circ$: wówczas kąt $\angle ACB = 80^\circ$.
9. Zegar spóźnia się 12 godzin na 30 dni, czyli 12·60 minut na 30·24 godziny, co daje 1 minutę na godzinę.
10. Naprzeciw ścian z pięcioma i sześcioma oczkami muszą być ściany z jednym i dwoma oczkami, zatem na rozważanej ścianie są cztery oczka.