

POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA VI – rok szkolny 2021/2022

poziom: ponadpodstawowy

RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ I

1. W trójkącie ABC dane są kąty $\angle BAC = 30^\circ$ i $\angle ACB = 50^\circ$. Punkt D leży na boku AB oraz $BD = BC$. Wykazać, że $CD = AB$.
2. Czy prostokąt o proporcji boków $3 : 2$ można podzielić na dokładnie 2021 kwadratów?
3. Zegar elektroniczny wyświetla czas w formacie 24 godzinnym $AB : CD$ (tzn. godziny i minuty). Przez ile minut widoczna jest na wyświetlaczu dokładnie jedna cyfra 2?
4. Wiadomo, że liczba 999 999 995 904 ma w rozkładzie dokładnie jeden dzielnik pierwszy trzycyfrowy. Znaleźć ten dzielnik.
5. Na zajęcia przybyły 22 osoby. Okazało się, że nie ma wśród nich takiej trójki osób, że każde dwie się znają. Ile maksymalnie może być par osób, które się znają?
6. Na wyspach Bergamutach podobno jest 8 kotów w butach, 12 uczonych łososiów, 2021 kur samograjek oraz 1959 starych wielorybów. Gdy spotykają się dwa zwierzęta należące do różnych gatunków, to zamieniają się w dwa zwierzęta należące do dwóch pozostałych gatunków. Czy może się zdarzyć, że po pewnym czasie na wyspach Bergamutach będzie tyle samo przedstawicieli każdego gatunku?
7. Wykaż, że dla dowolnej liczby pierwszej p istnieje taka liczba całkowita dodatnia n , że liczba $2^n + 3^n + n$ jest podzielna przez p .
8. Dla jakich liczb naturalnych k
$$\frac{k^2 - 15}{k + 6}$$
ma wartość całkowitą?
9. Wyznacz ile zer na końcu ma liczba
$$(21!)^{22} + (22!)^{21}$$
10. W rebusie różne litery odpowiadają różnym cyfrom i wiadomo, że żadna cyfra nie jest zerem.

$$\frac{\text{PA}}{\text{CZU}} + \frac{\text{SI}}{\text{EM}} = 7.$$

Jaką liczbą jest $M + E + C + Z$?