

## POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA VI – rok szkolny 2021/2022

poziom: ponadpodstawowy

### RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ II

1. Liczba  $n$  jest liczbą trzycyfrową, najmniejszą spośród 71 kolejnych liczb naturalnych i taką, że jest dzielnikiem sumy wszystkich wymienionych liczb. Znajdź wszystkie liczby  $n$  spełniające warunki zadania.
2. Dwuścienne sąsiednich kątów prostokąta o bokach długości 3 i 7 przecinają się w punktach  $X, Y, Z, T$ . Oblicz pole czworokąta  $XYZT$ .
3. Oznaczmy  $S_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2n+1}$  dla liczby naturalnej  $n$ . Pokaż, że  $S_{2n} - S_n > \frac{1}{4}$  dla  $n > 4$ .
4. Ile par liczb całkowitych spełnia równanie  $x^2 + y^2 = 4x - 2y - 3$ ?
5. Schody mają 12 stopni. Na ile sposobów można je pokonać, pokonując w każdym kroku dokładnie jeden lub dokładnie trzy stopnie?
6. Jaka jest największa potęga liczby 22, która dzieli liczbę 2022!?
7. Obcinamy naroża kwadratu tak, aby otrzymać ośmiokąt foremny. Pokaż, że zmniejszamy pole kwadratu w tej samej proporcji, w jakiej zmniejszamy jego obwód.
8. Załóżmy, że funkcja  $f(x) = \cos ax + \cos bx$  jest okresowa. Pokaż, że  $b = 0$  lub liczba  $\frac{a}{b}$  jest wymierna.
9. Oblicz pole i obwód trapezu równoramiennego opisanego na okręgu, wiedząc że punkt styczności ramienia z okręgiem dzieli to ramię na odcinki długości 4 i 9.
10. Wielomian  $P$  spełnia dla każdego  $x$  zależność  $P(x^2 + 1) = x^4 - 4x^2 + 4$ . Ile wynosi  $P(x^2 + 3)$ ?