

POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA VI – rok szkolny 2021/2022

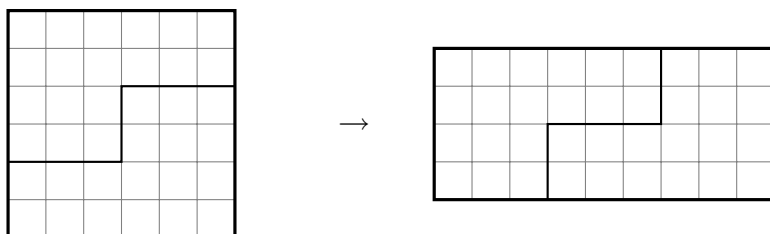
poziom: SP JUNIORZY

RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ II

1. Antek pomalował czerwoną farbą drewniany sześciian o krawędzi 10 cm, a następnie rozciął ten sześciian na mniejsze sześcianki o krawędzi 2 cm. Oblicz, jakie jest w sumie pole powierzchni wszystkich niepomalowanych ścianek otrzymanych sześcianików.
2. Pociąg o długości 150 metrów wjeżdża do tunelu o długości 1,8 km. Wiedząc, że prędkość pociągu wynosi 120 km/h, oblicz przez jaki czas cały pociąg będzie schowany w tunelu. Wynik podaj w sekundach.
3. Jedna z przekątnych trapezu dzieli jego pole w stosunku 1:2. W jakim stosunku może dzielić ten trapez jego druga przekątna?
4. Kwadrat o boku 3 cm podziel na dwie części tak, aby można było złożyć z nich prostokąt wymiaru $4,5 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$.
5. Jacek podzielił pewną liczbę przez 6 i otrzymał resztę zero. Suma otrzymanego ilorazu oraz dzielnej i dzielnika wynosiła 97. Jaka była początkowa liczba Jacka?
6. W trójkącie rozwartokątnym ABC najdłuższy bok AC ma długość 26 cm. Wiedząc, że bok BC ma 25 cm, a wysokość poprowadzona z wierzchołka C ma jedynie 24 cm, oblicz pole trójkąta ABC .
7. Przekątne równoległoboku o obwodzie 36 cm dzielą go na cztery trójkąty. Różnica obwodów dwóch z tych trójkątów wynosi 8 cm. Ile wynoszą długości boków tego równoległoboku?
8. Pewna liczba przy dzieleniu przez 6 daje resztę 5, zaś przy dzieleniu przez 5 daje resztę 4. Jaką resztę daje ta liczba przy dzieleniu przez 15?
9. W czworokącie wypukłym $ABCD$ trójkąt ABD jest równoboczny, trójkąt ABC jest równoramienny, a kąt CBD ma miarę 100° . Oblicz miary kątów między przekątnymi czworokąta $ABCD$.
10. Mucha znajduje się w wierzchołku ostrosłupa o podstawie trójkątnej. Czy mucha może, chodząc tylko po krawędziach ostrosłupa, przejść każdą krawędź dokładnie dwa razy?

PMM – rok szkolny 2021/2022 – poziom: SP JUNIORZY
RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ II – SZKICE ROZWIĄZAŃ

1. Aby pociąć duży sześcian na mniejsze można użyć w każdym kierunku czterech cięć płaszczyzną, której przekrój z sześcianem daje dwie powierzchnie 100 cm^2 . Zatem łączna powierzchnia cięcia (a więc niepomalowanych ścianek) to 2400 cm^2 .
2. Od momentu, gdy pociąg cały wjedzie do tunelu, do momentu, gdy czoło pociągu zacznie się wyłaniać z tunelu, pociąg przejedzie $1,8 - 0,15 = 1,65$ kilometra. Zatem zajmie mu to $1,65 : 120 = 0,01375$ godziny, czyli 49,5 sekundy.
3. Stosunek pól trójkątów podziału jest równy stosunkowi podstaw trapezu, zatem druga przekątna dzieli pole trapezu w tym samym stosunku, czyli 1:2.
4. Przykładowy podział na kratkowanym papierze:



5. Początkowa liczba Jacka to liczba podzielna przez 6, oznaczmy ją więc przez $6n$. Wtedy dzielna to $6n$, dzielnik to 6 oraz iloraz to n . Z treści zadania wnosimy, że $6n + n + 6 = 97$, czyli $n = 13$. Zatem początkowa liczba Jacka to 78.
6. Kąt ABC jest rozwarty, więc spodek wysokości poprowadzonej z wierzchołka C znajduje się poza bokiem AB (oznaczmy go D). Z trójkąta prostokątnego ADC obliczamy $AD = 10$ cm, zaś z trójkąta prostokątnego BDC otrzymujemy $BD = 7$ cm. W takim razie $AB = 3$ cm, a pole trójkąta ABC jest równe 36 cm^2 .
7. Skoro obwód wynosi 36 cm, to suma dwóch sąsiednich boków 18 cm. Przekątne w równoległoboku połowią się, więc różnica obwodów trójkątów musi być różnicą długości boków równoległoboku. Skoro jeden jest dłuższy od drugiego o 8 cm, to oznaczając długość krótszego boku przez x otrzymujemy równanie $x + x + 8 = 18$, czyli $x = 5$. W takim razie boki równoległoboku mają długości 5 cm i 13 cm.
8. Zauważmy, że jeśli zwiększymy daną liczbę o jeden, to nowa liczba będzie podzielna zarówno przez 6, jak i przez 5, czyli też przez 30, a zatem również przez 15. W takim razie, szukana liczba, jako będąca o jeden mniejsza od liczby podzielnej przez 15 daje z dzielenia przez 15 resztę 14.
9. Ponieważ kąt CBD ma miarę 100° , to kąt ABC ma miarę 160° , a kąty CAB i BCA mają po 10° . Zatem przekątne przecinają się pod kątem 70° (i 110°).
10. Tak. Oznaczmy wierzchołki ostrosłupa przez A, B, C, D . Przykładową trasą spełniającą warunki zadania jest $ABCDABDBCADCA$.