

## POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA VI – rok szkolny 2021/2022

poziom: SP JUNIORZY

FINAŁ

1. Ile razy między początkiem i końcem doby kąt między wskazówkami zegara wynosił  $30^\circ$ , jeżeli zegar spieszył się 4 minuty na godzinę, a na początku doby był spóźniony 15 minut?
2. W trapezie  $ABCD$  punkt  $P$  jest środkiem podstawy  $AB$ , a punkt  $Q$  środkiem ramienia  $AD$ . Ponadto podstawa  $AB$  jest pięć razy dłuższa niż podstawa  $CD$ . Czy pole trójkąta  $PCQ$  jest większe od jednej trzeciej pola trapezu?
3. Znajdź takie liczby  $a, b, c$ , że  $3a = 3 + a$ ,  $3ab = 3 + a + b$ ,  $3abc = 3 + a + b + c$ .
4. Czy liczba  $2022^2 + 2202^4$  jest podzielna przez 900?
5. Wewnętrzny punkt trójkąta  $ABC$  połączono z wierzchołkami otrzymując trzy trójkąty o takich samych kątach. Ponadto każdy z tych trójkątów ma bok o długości  $d$ , a kąt naprzeciw tego boku ma taką samą miarę w każdym trójkącie. Pokaż, że trójkąt  $ABC$  jest równoboczny.
6. Dany jest zbiór 22 różnych liczb naturalnych. Uzasadnij, że można z tego zbioru wybrać takie trzy liczby  $x, y, z$ , że liczba  $(x - y)z$  jest podzielna przez 22.
7. Żółwie Adam i Jacek wyruszyli w poniedziałek 7 marca o godzinie 9 rano na urodziny żółwicy Basi. Codziennie wlekli się z jednostajną prędkością od godziny 9 rano do 3 po południu. Pozostały czas przeznaczali na jedzenie i odpoczynek. W poniedziałki Adam przechodził 10 żółwmił, we wtorki 9 żółwmił, w środy 8, we czwartki 7, w piątki 6 żółwmił. Dla Jacka te dystanse wynosiły odpowiednio 3, 5, 7, 9, 11 żółwmił. W weekendy żółwie nie wędrowały, gdyż rozmyślały nad żółwim losem. Żółwie wędrowały po tej samej drodze, ale Adam mieszkał 11 żółwmił dalej niż Jacek. Ile razy i w jakie dni żółwie spotkały się w czasie wędrówki trwającej ponad miesiąc?
8. Adam telefonicznie zaprosił do siebie Jacka, który wyruszył rowerem z prędkością 16 km/h zaraz po telefonie. W połowie drogi Jacek zorientował się, że wypadły mu klucze. Aby ich nie przeoczyć, zawrócił i prowadził rower z prędkością 4 km/h. W połowie drogi przejechanej rowerem znalazł klucze. Ponieważ był już trochę zmęczony, pozostałą część drogi przejechał z prędkością 12 km/h. Jaką średnią prędkość wyliczył Jackowi Adam?
9. Wyjaśnij, czy istnieje taki ostrosłup czworokątny, którego każda ściana boczna jest trójkątem prostokątnym.
10. W trójkącie  $ABC$  zaznaczono taki punkt  $S$ , że odcinek  $AS$  zawiera się w dwusiecznej kąta  $BAC$  oraz odcinek  $BS$  zawiera się w dwusiecznej kąta  $ABC$ . Przez punkt  $S$  poprowadzono prostą równoległą do boku  $AB$ . Prosta ta przecięła bok  $AC$  w punkcie  $M$ , zaś bok  $BC$  w punkcie  $N$ . Wiedząc, że  $|AM| = 5$  cm i  $|BN| = 4$  cm, oblicz długość odcinka  $MN$ .