

POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA VI – rok szkolny 2021/2022

poziom: młodzicy

RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ I

1. W szufladzie są skarpetki: 4 pary białych, 3 pary zielonych, 7 par w biało-zielone paski, 2 pary czarnych w niebieskie kropki i 8 par niebieskich w czarne kropki. Szuflada ta znajduje się w ciemnym pokoju. Ile skarpetek musi wyciągnąć Jacek aby mieć pewność, że wśród nich znajdą się co najmniej dwie pary takich samych skarpetek?
2. Antek, Bartek, Czarek, Darek i Eryk startowali w biegu na 400 metrów. Antek był na mecie przed Bartkiem. Eryk był szybszy niż Darek lecz wolniejszy niż Czarek (który nie był pierwszy na mecie). Bartek przybiegł na metę później niż Czarek i Darek. Podaj, w jakiej kolejności tych pięciu chłopców ukończyło bieg.
3. W klasie Jacka jest oprócz niego jeszcze 13 chłopców, a dziewczynek jest mniej. Wychożąc na wycieczkę, wszyscy uczniowie ustawili się parami i okazało się, że nikt nie został bez pary oraz, że liczba par, w których stał chłopiec z dziewczynką stanowiła dokładnie połowę wszystkich pozostałych par. Ile dziewczynek jest w klasie Jacka?
4. Liczba naturalna 2021 jest liczbą czterocyfrową o sumie cyfr równej 5. Podaj, ile jest wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych o sumie cyfr równej 5 (łącznie z liczbą 2021).
5. Adam złowił rybę, której głowa ważyła tyle ile ogon i pół tułowia, zaś tułów ważył tyle, ile głowa i ogon razem. Wiedząc, że ogon ważył 250 g, podaj ile kilogramów ważyła cała ryba.
6. Wiadomo, że Piotr i Paweł zawsze mówią prawdę, zaś Kamil i Kornelia zawsze kłamią. Pewnego dnia spotkało się tylko troje z nich. Pierwsza z osób powiedziała: "Mam na imię Kamil", na co druga odparła: "Nieprawda, masz na imię Kornelia", a wówczas trzecia z osób powiedziała: "Kłamiesz!". Jak miała na imię trzecia osoba?
7. Pokaż, że obwód pięciokąta $ABCDE$ jest większy niż $2|AC|$.
8. Czy istnieje trójkąt, w którym miary wszystkich kątów wyrażone w stopniach są liczbami naturalnymi podzielonymi przez 7?
9. Pole powierzchni całkowitej pewnego prostopadłościanu wynosi 250 cm^2 , zaś pole powierzchni bocznej jest trzy razy większe od pola jego podstawy. Rozstrzygnij, czy podstawą tego prostopadłościanu może być kwadrat o boku 7 cm.
10. Adam postanowił przejść całą główną część Wielkiego Muru Chińskiego, liczącą 3460 kilometrów. Wystartował 1 stycznia 2021 roku o 8 rano i szedł w tempie 2,5 km/h po 8 godzin każdego dnia. Podaj datę ukończenia trasy przez Adama.

PMM – rok szkolny 2021/2022 – poziom: młodzicy
RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ I – SZKICE ROZWIĄZAŃ

1. Aby na pewno mieć jedną parę, Jacek potrzebuje skarpetek w ilości o 1 większej niż ilość rodzajów skarpetek, czyli 6. Dla dwóch par potrzeba skarpetek w ilości o jeden większej od potrojonej ilości rodzajów skarpetek, czyli 16.
2. Ponieważ Czarek, Eryk i Darek przybyli na metę w wypisanej kolejności, a Czarek nie był pierwszy, to pierwszym był Antek bądź Bartek. Jednak Bartek dobiegł po Darku, zatem był ostatni, a Antek był zwycięzcą. Kolejność na mecie to: Antek, Czarek, Eryk, Darek, Bartek.
3. Ilość par chłopięcych określa ilość par mieszanych, a ta z kolei jest połową ilości pozostałych par, skąd łatwo wyliczyć ilość par dziewczęcych. Możliwe trójki ilości par w kolejności: chłopięce, mieszane, dziewczęce to
1,12,23
2,10,18
3,8,13
4,6,8
5,4,3
Tylko ostatnia trójka spełnia warunek, że dziewcząt było mniej niż chłopców. Stąd 10 to ilość dziewcząt.
4. Z cyfr 2,1,1,1 można ułożyć 4 liczby, z cyfr 2,2,1,0 układamy $6+3=9$ liczb (zaczynające się cyfrą 2 lub 1), z cyfr 3,1,1,0 także dostaniemy 9 liczb, z cyfr 3,2,0,0 mamy $3+3=6$ liczb, podobnie 6 liczb z cyfr 4,1,0,0, a z cyfr 5,0,0,0 tylko jedną liczbę. Razem otrzymaliśmy 35 liczb.
5. Dwie głowy to 500 g i tułów, a tułów to głowa i 250 g. Stąd mamy, że dwie głowy to 500 g, głowa i 250 g, czyli głowa to 750 g. Zatem tułów to 1000 g (głowa i ogon). Po zsumowaniu otrzymujemy 2 kg jako ciężar całej ryby.
6. Pierwsza osoba nie mogła mówić prawdy, bo Kamil był kłamcą. Zatem pierwsza osoba była kłamcą i nie Kamilem, zatem Kornelią. Wynika z tego, że druga osoba mówiła prawdę, więc trzecia osoba była kłamcą (czyli Kamilem).
7. Rozważając odpowiednie trójkąty mamy $|AC| < |AB| + |BC|$ oraz $|AC| < |AE| + |EC| < |AE| + |ED| + |DC|$. Dodając te nierówności stronami otrzymujemy tezę.
8. Nie. Gdyby taki trójkąt istniał, to suma miar wszystkich jego kątów także dzieliłaby się przez 7, czyli 180 byłoby podzielne przez 7. Ponieważ 7 nie dzieli liczby 180, to taki trójkąt nie istnieje.
9. Ponieważ pole powierzchni bocznej jest półtora raza większe od sumy pól powierzchni obu podstaw, a suma wszystkich tych pól wynosi 250 cm^2 , to pole jednej podstawy wynosi 50 cm^2 . Zatem podstawa nie może być kwadratem o boku 7 cm, który ma pole 49 cm^2 .
10. Ponieważ Adam przemierzał 20 km każdego dnia, to szedł 173 dni. Łatwo obliczyć, że trasę ukończył 22 czerwca 2021.