

POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA VI – rok szkolny 2021/2022

poziom: młodzicy

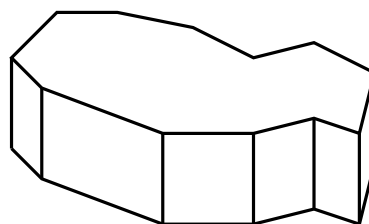
RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ III

1. Adam pomyślał pewną liczbę, następnie zwiększył ją o połowę, a uzyskaną liczbę podzielił przez 3. Końcowy wynik był o 7 mniejszy niż początkowa liczba. Jaka liczbę pomyślał Adam?
2. Uzasadnij, że kiedy dodamy do siebie trzy kolejne liczby naturalne (niezależnie od tego które kolejne liczby weźmiemy), to w wyniku dostaniemy liczbę podzieloną przez 3.
3. Dysponujemy papierem w kratkę, w którym każda kratka jest kwadratem o boku 1 cm. Narysuj na tym papierze siedmiokąt tak, aby jego pole było równe $13,5 \text{ cm}^2$.
4. W kwadracie $ABCD$ przedłużono boki AB i CD o 5 cm otrzymując prostokąt $AMND$. Obwód otrzymanego prostokąta jest 3 razy większy niż obwód kwadratu $ABCD$. Oblicz pole kwadratu $ABCD$.
5. Antek ma w skarbonce 190 złotych w monetach jednozłotowych i dwuzłotowych. Tych pierwszych jest trzykrotnie więcej niż drugich. Ile monet jest w skarbonce Antka?
6. Oblicz sprytnie

$$2022 - 2021 + 2020 - 2019 + 2018 - 2017 + \dots - 7 + 6 - 5 + 4 - 3 + 2 - 1$$

7. Jacek zaznaczył na osi liczbowej wszystkie liczby całkowite większe niż $-216,3$ i mniejsze od $216,1$ z pominięciem zera i dwóch różnych liczb oznaczających dzień i miesiąc jego Urodzin. Ile par liczb przeciwnych zaznaczył w ten sposób Jacek?

8. Na rysunku obok przedstawiono pewną bryłę: ściany górna i dolna są takimi samymi wielokątami, a wszystkie ściany boczne są prostokątami. Jaki procent krawędzi tego graniastoslupa jest niewidocznych?



9. Basia znalazła się w tłumie smutnych ludzi i uśmiechnęła się do trzech pań i czterech panów. Każda z tych pań uśmiechnęła się do siedmiu dziewczynek i dziewięciu chłopców, a każdy z panów uśmiechnął się do ośmiu dziewczynek i pięciu chłopców. Każda z tych dziewczynek rozweseliła uśmiechem dziesięciu smutnych panów, a każdy z chłopców trzymał smutnych dziewczynek. Ilu maksymalnie ludzi w tym tłumie uśmiechało się?
10. Adam i Jacek mieli w sumie nieparzystą liczbę cukierków, ale Adam miał ich mniej. Jacek zjadł trzy cukierki i wtedy Adam miał ich więcej. Litościwy Adam oddał jednego swojego cukierka Jackowi. Kto na końcu miał więcej cukierków?

PMM – rok szkolny 2021/2022 – poziom: młodzicy
RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ III – SZKICE ROZWIĄZAŃ

1. Łatwo policzyć, że końcowa liczba to zarówno połowa początkowej, jak również o 7 mniejsza od niej. Stąd wniosek, że 7 stanowi połowę liczby pomyślanej przez Adama, zatem sama liczba wynosi 14.
2. Jeżeli najmniejszą z liczb powiększymy o 1, a największą zmniejszymy o tyle, to suma liczb nie zmieni się, a wszystkie staną się równe. Suma trzech takich samych liczb jest oczywiście podzielna przez 3.
3. Wystarczy narysować prostokąt o bokach 3 i 5, a następnie w trzech narożnikach odciąć trójkąty o przyprostokątnych długości 1.
4. Ponieważ obwód zwiększył się o 10 cm, a równocześnie o dwa obwody kwadratu, to obwód kwadratu wynosi 5 cm. Oznacza to, że bok kwadratu ma długość 1,25 cm, a jego pole wynosi $1,5675 \text{ cm}^2$.
5. Ponieważ monet jednoczłotowych jest trzykrotnie więcej, to układając monety w stosy: moneta dwuczłotowa, a na niej trzy monety jednoczłotowe, powinniśmy otrzymać tylko pełne takie stosy. Ponieważ wartość każdego stosu wynosi 5 złote łatwo zauważyć, że stosów będzie 38. W każdym stosie są 4 monety, zatem monet jest 152.
6. Pierwsza różnica wynosi 1, druga też 1 itd. Wszystkie różnice wynoszą 1, a jest ich tyle ile wynosi połowa liczby 2022. Zatem rozważana liczba jest równa 1011.
7. Jacek zaznaczył liczby od -216 do 216 , pomijając zero i dwie liczby dodatnie, zatem zaznaczył 214 liczb dodatnich i oczywiście także liczby przeciwne do nich. Szukanych par jest 214.
8. Wszystkich krawędzi jest $12 \cdot 3 = 36$, a niewidocznych 11 (pięć bocznych i sześć dolnej podstawy), zatem niewidoczne krawędzie stanowią $30\frac{5}{9}\%$ wszystkich krawędzi.
9. Maksymalna liczba uśmiechniętych ludzi wynosi $1 + (3 + 4) + 3 \cdot (7 + 9) + 4 \cdot (8 + 5) + (7 + 8) \cdot 10 + (9 + 5) \cdot 13 = 440$
10. Na początku Jacek miał o jeden lub o dwa cukierki więcej. Ponieważ wszystkich cukierków była nieparzysta ilość, to Jacek miał o jednego cukierka więcej, a gdy zjadł trzy, pozostało mu o dwa cukierki mniej niż Adamowi. Jasne jest teraz, że na koniec chłopcy mieli tyle samo cukierków.