

## POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA VI – rok szkolny 2021/2022

poziom: młodzicy

### RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ IV

1. Przedstaw liczbę  $0,27$  w postaci sumy dwóch ułamków zwykłych o liczniku 1.
2. O czterech liczbach wiadomo, że pierwsza jest połową drugiej, trzecia i czwarta są cztery razy większa niż pierwsza oraz że ich suma wynosi 77. Podaj te liczby.
3. Czarek wypisywał liczby naturalne zgodnie z pewną własnością: "Kwadrat liczby zapisanej przez Czarka ma co najmniej 3, ale nie więcej niż 4 cyfry". Ile maksymalnie takich liczb mógł zapisać Czarek?
4. W trójkącie  $ABC$  długość boku  $AB$  wynosi  $7,43$  cm, zaś boku  $BC$  tylko  $0,54$  cm. Ile wynosi długość boku  $AC$ , jeśli wiadomo, że wyraża się całkowitą liczbą centymetrów?
5. Masa wody stanowi siedem dziewiątych masy świeżych śliwek. W trakcie suszenia wyparowuje z nich aż sześć siódmych znajdującej się w nich wody. Ile kilogramów świeżych śliwek należy wysuszyć, aby otrzymać jeden kilogram śliwek suszonych?
6. Adam przedstawił liczbę 2022 jako sumę dwóch liczb naturalnych, a następnie każdy ze składników zaokrąglił do dziesiątek i dodał otrzymane zaokrąglenia. Jaki wynik mógł otrzymać?
7. W wagonie pierwszej klasy było 10 przedziałów, a w każdym 6 miejsc. Konduktor zauważył, że w tym wagonie było trzy razy więcej pań niż panów i że 60 % pasażerów kupiło bilety przez Internet. Ile osób podróżowało w tym wagonie, jeśli wiadomo, że w każdym z przedziałów siedziały co najmniej trzy osoby i nie wszystkie miejsca w wagonie były zajęte?
8. Jacek skleił z sześciu identycznych sześciątów jedną bryłę w następujący sposób: wybrał jeden z sześciątów i do pięciu jego ścian dokleił sześcią tak, że sklepane ściany pokrywały się ze sobą. Ile razy pole powierzchni otrzymanej bryły jest większe niż pole powierzchni pojedynczego sześciąta?
9. W trójkącie równoramiennym jeden z kątów jest cztery razy większy od innego. Ile wynoszą miary kątów tego trójkąta? Podaj wszystkie możliwości.
10. Ciężarówka wyjechała z miejscowości  $A$  o godzinie 9.30 i jechała ze stałą prędkością  $60$  km/h do miejscowości  $B$  odległej o 180 kilometrów. O godzinie 10.00 z  $A$  wyruszył samochód osobowy, który zmierzał do  $B$  tą samą drogą, ale jechał ze stałą prędkością  $80$  km/h. Czy samochód osobowy dogonił ciężarówkę? Jeśli tak, to o której godzinie?

RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ IV – SZKICE ROZWIĄZAŃ

1. Wystarczy przedstawić liczbę 27 w postaci sumy dwóch dzielników liczby 100 i mamy  $0,27 = \frac{25+2}{100} = \frac{1}{4} + \frac{1}{50}$ .
2. Jest jasne, że pierwsza liczba jest najmniejsza, druga dwa razy od niej większa, trzecia i czwarta są równe i każda z nich jest cztery razy większa od pierwszej. Stąd prosty wniosek, że suma wszystkich tych liczb jest jedenastokrotnie większa od pierwszej. Łatwo teraz widać, że szukanymi liczbami są 7, 14, 28, 28.
3. Kwadraty wypisanych liczb są nie mniejsze od 100 i mniejsze od 10000. Wynika stąd, że liczby te są nie mniejsze niż 10 i mniejsze niż 100. Zatem są to liczby 10, 11, 12, ..., 99, więc jest ich  $99 - 9 = 90$ .
4. Długość boku  $AC$  jest większa od  $7,43 - 0,54 = 6,89$  cm, ale mniejsza niż  $7,43 + 0,54 = 7,97$  cm, zatem wynosi 7 cm.
5. W jednym kilogramie śliwek znajduje się dwie dziewiąte kilograma suchej masy. Po suszeniu zostaje jedna siódma początkowej ilości wody, czyli jedna dziewiąta kilograma. Stąd wynika, że z kilograma śliwek otrzymuje się jedną trzecią kilograma suszonych śliwek. Zatem odpowiedzią na postawione pytanie jest: 3 kilogramy.
6. Jeżeli suma ostatnich cyfr składników wynosi 2, to Adam oba zaokrąglił "w dół", więc końcowa suma wyniosła 2020. Jeśli suma ostatnich cyfr wyniosła 12, to jeden składnik został zaokrąglony "w dół", a drugi "w górę" lub oba "w górę", zatem końcowa suma wyniosła 2020 lub 2030.
7. Ponieważ w każdym przedziale było od trzech do sześciu osób, liczba wszystkich pasażerów wynosiła od 30 do 59 osób, bo co najmniej jedno miejsce nie było zajęte. Z tej ilości 60 % (czyli  $\frac{3}{5}$ ) jest liczbą całkowitą, więc liczba pasażerów jest wielokrotnością liczby 5. Jest ona też wielokrotnością liczby 4, bo równa się czterokrotności liczby panów. Jedyną liczbą w podanym zakresie podzielną przez 20 jest 40, czyli pasażerów było czterdziestu.
8. Zauważmy, że doklejane sześciany nie stykały się pomiędzy sobą ścianami. Ponieważ doklejenie jednego sześcianu zakrywa jedną ścianę, ale dodaje pięć nowych, to powierzchnia bryły rośnie o 4 ściany. Doklejeń było 5, zatem powierzchnia otrzymanej bryły to 26 ścian. Zatem pole powierzchni otrzymanej bryły jest  $\frac{26}{6} = 4\frac{1}{3}$  razy większe niż pole powierzchni pojedynczego sześcianu.  
*Inny sposób.* Każdy doklejony sześcian "wniósł" do otrzymanej bryły 5 ścian, a tylko jedna ściana wybranego sześcianu nie została zaklejona. Zatem powierzchnia otrzymanej bryły składała się z  $5 \cdot 5 + 1 = 26$  ścian.
9. Ponieważ trzeci kąt jest równy najmniejszemu lub największemu, to suma kątów trójkąta jest równa sześciokrotności lub dziewięciokrotności najmniejszego kąta. Suma kątów trójkąta wynosi  $180^\circ$ , zatem najmniejszy kąt ma miarę  $30^\circ$  lub  $20^\circ$ . Miary kątów trójkąta wynoszą  $30^\circ, 30^\circ, 120^\circ$  lub  $20^\circ, 80^\circ, 80^\circ$ .
10. Ciężarówka dotarła do miejscowości  $B$  po trzech godzinach, czyli o 12.30, a samochód osobowy po dwóch godzinach i piętnastu minutach, czyli o 12.15, zatem wyprzedzenie nastąpiło. Ciężarówka o godz. 10.00 była oddalona od miejscowości  $A$  o 30 km. Ponieważ

samochód osobowy zmniejszał dystans do ciężarówki o 20 km w ciągu każdej godziny, to po półtora godziny dystans ten wyniósł zero. Samochód osobowy dogonił ciężarówkę o godzinie 11.30.