

POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA VI – rok szkolny 2021/2022

poziom: SP MŁODZICY

FINAŁ

1. W jadalni na jednej z ławk zebrały się sześcionogie pszczoły, pająki o pięciu parach odnóży oraz stonogi mające jedenaście par odnóży. Kucharz doliczył się dwunastu otworów gębowych, a sprzątaczką stu trzydziestu sześciu odnóży. Ile zwierzątek każdego z wymienionych rodzajów przyszło na posiłek?
2. Żuk przyglądał się długiemu szeregowi mrówek i rzekł: „Jest was tutaj chyba tysiąc”. Na to jedna z mrówek odpowiedziała: „Gdyby było nas tutaj jeszcze raz tyle i ćwierć i ćwierć ćwierci, to razem z tobą byłby tysiąc”. Ile mrówek spotkał żuk?
3. Jacek rzucił sześcienną kostką do gry 8 razy. Średnia liczba oczek z pierwszych trzech rzutów jest równa 2; z trzech następnych rzutów jest równa 5, a z dwóch kolejnych 3,5. Ile oczek powinien wyrzucić Jacek za dziewiątym a ile za dziesiątym razem, aby średnia wszystkich dziesięciu rzutów była równa 3?
4. Na planecie Bajdura pieniądze różnych ludów to dolce narodowe, które mają różne kursy. 13 dolców elfich wymienia się na 17 dolców krasnoludzkich, 11 dolców krasnoludzkich to 8 skrzacich, za 51 dolców skrzacich dostaniemy 7 muminkowych, 4 muminkowe dolce, to 39 dolców trolich. Ile trzeba elfich dolców, aby wymieniono je na 14 dolców trolich?
5. Dany jest taki pięciokąt *NOTKI*, że czworokąt *KINO* jest kwadratem, zaś trójkąt *KOT* jest równoboczny. Podaj miarę kąta *KIT*. Rozważ wszystkie przypadki.
6. Jeśli długości boków kwadratu zwiększylibyśmy o 5 cm, to jego pole zwiększyłoby się o 125 cm^2 . O ile zmniejszyłoby się pole tego kwadratu, gdyby jego boki zmniejszyć o 5 cm?
7. Na lekcji jest 26 uczniów, którzy siedzą w 13 ławkach dwuosobowych i dokładnie połowa dziewcząt siedzi w ławce z chłopcem. Czy można tak poprzestawiać uczniów, aby dokładnie połowa wszystkich chłopców siedziała w ławce z dziewczynką?
8. Adam miał pracować do 16.00. Jego brat Jacek wyruszył z ich wspólnego mieszkania skutermem tak, aby zabrać Adama do domu, spotykając go wychodzącego z pracy. Jednak Adam skończył pracę godzinę wcześniej i ruszył pieszo na spotkanie Jacka. Dzięki temu panowie wrócili kwadrans wcześniej, niż planowali. Jak długo trwał spacer Adama?
9. Basia i Jacek myślą o kupnie hulajnogi za 125 zł. Żadne z nich nie ma wystarczającej kwoty pieniędzy, ale gdyby Basia pożyczyła od Jacka połowę jego pieniędzy, to miałyby dokładnie sumę wystarczającą na kupno. Jackowi wystarczyłoby pożyczyć od Basi jedną trzecią jej pieniędzy. Jakimi kwotami dysponuje każde z nich?
10. Która z liczb $\frac{2022 \cdot 2023 \cdot 2024}{2027 \cdot 2026 \cdot 2025}$, $\frac{4024 \cdot 4023 \cdot 4022}{4025 \cdot 4026 \cdot 4027}$ jest większa?

PMM – rok szkolny 2021/2022 – poziom: SP MŁODZICY
RUNDA ELIMINACYJNA – FINAŁ – SZKICE ROZWIĄZAŃ

1. Stonóg może być od jednej do pięciu. Załóżmy, że jest jedna stonoga. Ma ona 22 nogi, zatem pozostałych nóg jest 114. Liczbę tę trzeba "wypełnić" dziesiątkami i szóstkami. Szóstek może być 4, ewentualnie powiększonych o wielokrotność pięciu, czyli 4, 9, 14 lub 19. Odpowiadająca im ilości dziesiątek to 9, 6, 3, 0 (ostatni przypadek niemożliwy, bo wszystkie liczby muszą być dodatnie). W żadnym a powyższych przypadków nie otrzymamy dwunastu owadów. Analogicznie rozważając 2, 3, 4, 5 stonóg otrzymujemy dwie możliwe sytuacje: 2 stonogi, 2 pszczoły, 8 pajaków lub 3 stonogi, 5 pszczoł, 4 pajaki.
2. Ponieważ dwie całości plus ćwierć plus ćwierć ćwierci to $2\frac{5}{16} = \frac{37}{16}$, to szukana liczba mrówek pomnożona przez $\frac{37}{16}$ daje $999 = 27 \cdot 37$. Zatem szukaną liczbą jest $27 \cdot 16 = 432$.
3. Suma liczby oczek wyrzuconych przez Jacka wynosi $3 \cdot 2 + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 3, 5 = 28$. Aby średnia w dziesięciu rzutach wyniosła 3, to suma liczby oczek musi być równa 30, zatem w dwóch ostatnich rzutach suma ta ma być równa 2. Oznacza to, że za dziewiątym i za dziesiątym razem Jacek powinien wyrzucić jedno oczko.
4. Aby otrzymać 14 trolich dolców, potrzeba $14 \cdot \frac{4}{39}$ dolca muminkowego. Rozumując tak dalej otrzymujemy, że na 14 trolich dolców potrzeba dolców elfich w ilości $14 \cdot \frac{4 \cdot 51 \cdot 11 \cdot 13}{39 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 17} = 11$.
5. Wszystkie boki pięciokąta mają taką samą długość, zatem trójkąt TKI jest równoramienny, a łatwo widać, że kąt TKI ma miarę $90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$, gdy pięciokąt jest wypukły, a miarę $90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ w przeciwnym przypadku. Oznacza to, że kąt KIT ma miarę 15° lub 75° .
6. Powiększenie kwadratu, to kwadrat o boku 5 cm oraz dwa prostokąty o bokach 5 cm i bok wyjściowego kwadratu. Stąd bok kwadratu to 10 cm. Zmniejszony kwadrat ma pole 25 cm^2 , więc zmniejszenie pola to 75 cm^2 .
7. Ponieważ połowa dziewcząt siedzi w parach, to liczba dziewcząt jest podzielna przez 4. Gdyby można było spełnić warunki zadania, to liczba chłopców także byłaby podzielna przez 4, co jest możliwe tylko, gdy liczba wszystkich uczniów ma tę własność. Ponieważ 26 nie jest podzielne przez 4, to nie można poprzysadzać uczniów w zaproponowany sposób.
8. Zaoszczędzony kwadrans to czas przejazdu Jacka od miejsca spotkania do pracy Adama i z powrotem, zatem panowie spotkali się 7,5 minuty przed 16.00. Oznacza to, że Adam szedł 52,5 minuty.
9. Jeżeli od kwoty, jaką dysponują we dwoje razem odejmiemy cenę hulajnogi, to otrzymamy połowę pieniędzy Jacka, ale także dwie trzecie pieniędzy Basi. Zatem hulajnoga kosztuje $1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ pieniędzy Basi. W takim razie kwota Basi to $\frac{3}{5}$ ceny hulajnogi, czyli 75 zł. Stąd wynika, że Jacek dysponuje kwotą 100 zł.
10. Mamy $\frac{2022}{2025} = 1 - \frac{3}{2025} < 1 - \frac{3}{4025} = \frac{4022}{4025}$. Analogicznie pokazujemy, że $\frac{2023}{2026} < \frac{4023}{4026}$ oraz $\frac{2024}{2027} < \frac{4024}{4027}$. Stąd wniosek, że większą jest druga z tych liczb.