



## POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA VII – rok szkolny 2022/2023

poziom: SP JUNIORZY

FINAŁ

1. Liczba naturalna dzieli się przez 121, ale nie dzieli się przez 1331. Pokaż, że suma wszystkich jej dzielników jest wielokrotnością liczby 7.
2. Ułamki proste (zwane też ułamkami egipskimi) to odwrotności liczb naturalnych większych od 1:  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{5}$ , itd. Przedstaw liczbę 1 w postaci sumy dziewięciu różnych ułamków prostych.
3. Bartek odjął od pewnej liczby naturalnej sumę jej cyfr, a następnie wytarł jedną cyfrę (niekoniecznie skrajną) otrzymując 2023. Jaką cyfrę wytarł Bartek?
4. Wśród 11 monet 4 są fałszywe. Każda fałszywa moneta jest albo o 1 gram lżejsza albo o 1 gram cięższa od prawdziwej. Antek posiada wagę szalkową ze skalą, która pokazuje o ile gram jest cięższa zawartość lewej szalki od prawej (skala ma podziałkę od  $-100$  do  $+100$ ). Antek wybrał jedną z monet. Czy za pomocą jednego ważenia może ustalić, czy wybrana przez niego moneta jest prawdziwa? Jeśli tak, to w jaki sposób? Jeśli nie, to dlaczego?
5. Znajdź 4 liczby naturalne takie, że żadna z nich nie dzieli się przez żadną z pozostałych, ale kwadrat każdej z nich dzieli się przez każdą z pozostałych.
6. Na okręgu znajduje się 5 czerwonych punktów i dwa zielone. Rysujemy wszystkie możliwe wielokąty wypukłe o wierzchołkach w zaznaczonych punktach (trójkąty, czworokąty, itd.). Czego jest więcej: wielokątów z parzystą czy z nieparzystą liczbą zielonych wierzchołków? O ile?
7. Wewnątrz trójkąta  $ABC$  wybrano punkt  $S$ . Pokaż, że suma odległości punktu  $S$  od wierzchołków trójkąta jest mniejsza od obwodu tego trójkąta.
8. Na płaszczyźnie dane są 2023 punkty i żadne trzy z nich nie leżą na jednej prostej. Pokaż, że przez każdy z tych punktów można poprowadzić taką prostą, że po każdej jej stronie znajduje się dokładnie 1011 z tych punktów.
9. Oblicz pole trapezu, w którym kąty przy dłuższej podstawie są ostre, którego podstawy mają długości 34 i 20, a ramiona długości 15 i 13.
10. Trzy wielokąty wypukłe mają razem 97 przekątnych. Ile mogą mieć razem boków? Podaj wszystkie możliwości.