



POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA VII – rok szkolny 2022/2023

poziom: SP JUNIORZY

PÓŁFINAŁ

1. Kolarz wyrusza z Gdańska do Tczewa. Równocześnie z Tczewa do Gdańska wyrusza drugi kolarz. Po 72 minutach mijają się. Każdy z nich po dojechaniu do docelowego miasta natychmiast wraca. Przy drugim spotkaniu kolarze zderzyli się czołowo. Ile czasu minęło od pierwszego spotkania do zderzenia, jeżeli każdy z kolarzy jechał ze stałą swoją prędkością?
2. Do liczby trzycyfrowej x dodano 97 i otrzymano liczbę o tej samej cyfrze dziesiątek, cyfrze jedności równej cyfrze setek liczby x , a cyfrze setek równej połowie cyfry jedności liczby x . Znajdź sumę cyfr jedności i setek liczby x .
3. Punkty styczności boków pięciokąta W z okręgiem są wierzchołkami pięciokąta foremnego. Pokaż, że W jest także pięciokątem foremnym.
4. W trapezie prostokątnym największy kąt ma miarę 135° , a krótsza przekątna i dłuższe ramię są równej długości. Jaki jest stosunek długości przekątnych tego trapezu?
5. Znajdź cyfry a, b, c takie, że $aa + aa + aa + aa = bbc$ (w zadaniu tym aa oraz bbc oznaczają zapis dziesiętny odpowiednich liczb: dwucyfrowej aa lub trzycyfrowej bbc).
6. Czy liczba $400 \dots 004$ (zer jest 2023) jest kwadratem liczby naturalnej?
7. Rozwiąż równanie $x^2 - y^2 = 12$ w liczbach całkowitych.
8. Dwa boki trójkąta o polu 10140 mają długość 169. Znajdź długość trzeciego boku.
9. W balonach żółtym i czerwonym znajduje się pewna ilość helu. Urządzenie pompujące jest tak tajemniczo skonstruowane, że jeżeli zwiększymy ilość helu w żółtym balonie o pewną liczbę procent, to także zwiększymy ilość helu w balonie czerwonym, ale o dwa razy większą liczbę procent. Wcześniejsze doświadczenia pokazały, że dopompowanie 10% helu do żółtego balonu skutkuje zwiększeniem ilości tego gazu w obu balonach o 12%. O ile procent trzeba zwiększyć ilość helu w żółtym balonie, aby ilość gazu w obu balonach powiększyła się siedmiokrotnie?
10. Dane są trzy liczby całkowite. Iloczyn dwóch pierwszych z nich równy jest sumie iloczynu pierwszej i trzeciej oraz iloczynu drugiej i trzeciej. Pokaż, że co najmniej dwie z nich są parzyste.