



POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA VII – rok szkolny 2022/2023

poziom: młodzicy

RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ I

1. Na zewnątrz nierównoramiennego trójkąta ABC o obwodzie 73 cm dorysowano kwadrat $ABMN$ o obwodzie 12 cm. Otrzymany pięciokąt ma wszystkie boki o całkowitej liczbie centymetrów. Ile centymetrów ma najdłuższy bok tego pięciokąta?
2. W beczce dębowej jest 283 litrów wody, a w metalowej 52 litrów wody. Ile wody trzeba przelać i z której beczki do której, aby w beczce dębowej znalazło się cztery razy więcej wody niż w metalowej?
3. Jacek przygotował 24 pudełka. W pięciu z nich było po jednej czekoladzie, w jedenastu po pół czekolady, a osiem pudełek było pustych. Czy Jacek może tak podzielić pudełka między Marylkę, Basię i Wiktorię, aby każda z nich dostała tyle samo pudełek i tyle samo czekolady?
4. W trójkącie równoramiennym jeden z kątów jest dwa i pół raza większy od drugiego. Podaj miarę największego z kątów tego trójkąta. Rozważ wszystkie możliwości.
5. Basia zapisała wszystkie liczby trzycyfrowe, dla których iloczyn cyfr wynosi 24. Ile liczb zapisała Basia?
6. Co trzecia osoba w klasie to dziewczyna, co druga dziewczyna ma dwa warkoczki, a co trzecia z nich wiąże czerwone kokardy na warkoczach. Co trzeci chłopiec ma skórzane rękawiczki, a co czwarty z nich ma je w kolorze czerwonym. Czego jest więcej: czerwonych kokardek u dziewcząt czy czerwonych rękawiczek u chłopców?
7. Jacek i Michał kopią rów zaczynając w poniedziałek i nie pracują w weekendy. Gdyby Jacek kopał sam, skończyłby pracę w następną środę, a Michał samodzielnie kopałby do końca następnego piątku. W którym dniu tygodnia chłopcy skończą pracę?
8. Wartość bezwzględna z liczby dodatniej to ta sama liczba, natomiast z liczby ujemnej to liczba do niej przeciwna. Dla przykładu wartość bezwzględna z liczby 7 to 7, natomiast liczby -2 to 2. Czy istnieją takie cztery liczby całkowite, że wypisując kolejno liczby: 10, wartość bezwzględna pierwszej liczby, wartość bezwzględna sumy dwóch pierwszych liczb, wartość bezwzględna sumy trzech pierwszych liczb, wartość bezwzględna sumy czterech pierwszych liczb piszemy coraz mniejsze liczby, a ponadto wartość bezwzględna pierwszej liczby jest większa od wartości bezwzględnej drugiej, co jest większe od wartości bezwzględnej następnej liczby, a ostatnia liczba ma najmniejszą wartość bezwzględną?
9. Jan III Sobieski był królem Polski w latach 1674 – 1696. W drugiej połowie jego panowania ogłoszono drukiem wielkie dzieło Newtona zawierające Prawo Powszechnego Ciężenia. W którym to było roku, jeśli wiadomo, że zapis tego roku w systemie rzymskim składa się z 10 znaków?
10. W klasie Jacka jest 28 uczniów. Dziś kilka osób było nieobecnych i z tego powodu nauczyciel nie mógł ich podzielić ani na grupy pięcioosobowe, ani na grupy czteroosobowe, bo zawsze zostawała jedna osoba. Ile osób było dziś nieobecnych?

RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ I – SZKICE ROZWIĄZAŃ

1. Oczywiście bok kwadratu wynosi 3 cm, zatem suma długości dłuższych boków trójkąta wynosi 70 cm. Wynika stąd, że najdłuższy bok ma długość większą niż połowa tej sumy (trójkąt nie jest równoramienny) czyli 35 cm. Z drugiej strony, gdyby długość najdłuższego boku wyniosła 37 cm lub więcej, to długość średniego boku nie przekraczałaby 33 cm czyli suma długości dwóch krótszych boków byłaby nie większa niż 37 cm. Przeczy to nierówności trójkąta. Najdłuższy bok ma długość 36 cm.
2. W obu beczkach jest razem 335 litrów wody, więc trzeba doprowadzić do sytuacji takiej, że w metalowej beczce jest piąta część, czyli 67 litrów wody. Oznacza to, że do metalowej beczki trzeba dolać 15 litrów wody, oczywiście z beczki dębowej.
3. Tak, może. Wszystkich czekolad jest dziesięć i pół, a pudełek 24, zatem każda z dziewcząt ma dostać 8 pudełek oraz 3,5 czekolady. Jacek może dać jednej z dziewcząt 3 pudełka z całą czekoladą, jedno z połówką czekolady i 4 puste, drugiej dziewczynie 2 pudełka z całą czekoladą, 3 pudełka z połówką czekolady i 3 pudełka puste, a oczywiście pozostałe pudełka Jacek wręczy trzeciej dziewczynie.
4. Odpowiedzi są dwie. Niech α oznacza najmniejszy kąt, wtedy największy kąt jest równy $2,5\alpha$. Jeżeli najmniejszy kąt znajduje się przy podstawie trójkąta, to suma wszystkich kątów wynosi $4,5\alpha = 180^\circ$, więc $\alpha = 40^\circ$, a największy kąt ma miarę 100° . Jeśli α znajduje się przy wierzchołku trójkąta, to $6\alpha = 180^\circ$ i największy kąt ma miarę 75° .
5. Liczba 24 ma następujące jednocyfrowe dzielniki: 1, 2, 3, 4, 6, 8. Jeżeli któraś z rozważanych liczb posiada cyfrę 1, to pozostałymi cyframi są 3 i 8 lub 4 i 6. Łatwo pokazać, że takich liczb zawierających jedynekę jest 12. Dalej rozważamy liczby bez jedynek. Jeżeli jest cyfra 2, to pozostałymi są 2 i 6 lub 3 i 4. Takich liczb jest 9. Jeżeli nie ma także cyfry 2, to iloczyn cyfr wynosi co najmniej 27, zatem nie ma takich liczb wśród rozważanych. Basia napisała 21 liczb.
6. Jeżeli liczbę czerwonych kokardek podzielimy przez 2, to otrzymamy liczbę dziewcząt z czerwonymi kokardami (każda z nich ma dwie kokardy). Jeżeli tę liczbę pomnożymy przez 3, a następnie przez 2, to otrzymamy liczbę dziewcząt w klasie. Dzieląc liczbę czerwonych rękawiczek przez 2 otrzymujemy liczbę chłopców posiadających czerwone rękawiczki. Mnożąc tę liczbę przez 4, a następnie przez 3 otrzymujemy liczbę chłopców w klasie. Ponieważ chłopców jest dwa razy więcej niż dziewcząt, łatwo wywnioskować, że liczby czerwonych przedmiotów są równe.
7. Połowę rowu Jacek skończy kopać w czwartek, ale Michał dopiero w piątek. Zatem rów będzie skończony w piątek.
8. Istnieją, np. 9, -5, -3, -1.
9. System rzymski potrzebuje trzech znaków na zapisanie liczby 1600, zatem szukana data wymaga trzech znaków na zapisanie liczby dziesiątek i czterech znaków na jedności, lub odwrotnie. W okresie panowania naszego króla są dwie daty spełniające te warunki: 1678 i 1687. Druga połowa panowania Jana III Sobieskiego rozpoczęła się w roku 1685. Wspomniane dzieło wydano drukiem w roku 1687.
10. Jeżeli od liczby obecnych uczniów odejmiemy 1, to otrzymamy liczbę podzielną przez 4 i przez 5, zatem podzielną przez 20. Oznacza to, że otrzymana liczba wynosi 0 lub 20. Pierwsza liczba nie spełnia warunków zadania, bo oznaczałaby, że nieobecnych osób było 27, co nie jest "kilka". W konsekwencji, obecnych było 21 osób, czyli nieobecnych 7 osób.