



POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA VII – rok szkolny 2022/2023

poziom: młodzicy

RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ II

1. Mamy trzy trójkąty: jeden o bokach 3, 4, 5, drugi o bokach 3, 4, 6 i trzeci o bokach 2, 5, 6. Jaki jest możliwy obwód wielokąta utworzonego z tych trójkątów poprzez łączenie bokami o równych długościach?
2. Z zapisu daty 22.02.2022 usunięto kropki. Czy połowa tej liczby po podzieleniu przez 3 daje liczbę podzieloną przez trzy różne liczby naturalne większe od 10?
3. Każdą liczbę jednocyfrową zapisano na jednej kartce, dwucyfrową na dwóch (na dwóch kartkach tą samą liczbę), a trzycyfrową na trzech kartkach (na trzech kartkach tą samą liczbę). Ile jest kartek takich, że suma cyfr zapisanej na niej liczby wynosi 10?
4. Wiewiórka przygotowała zapasy. $\frac{4}{7}$ zapasów to orzechy laskowe, $\frac{6}{11}$ pozostałości to orzechy włoskie. Reszta to żołędzie, jednak nie wszystkie dotrwały do zimy, bo $\frac{7}{8}$ z nich wiewiórka zjadła i zostawiła ich tylko 15. Jakie zapasy zostały wiewiórcę na zimę?
5. Na spotkaniu poliglotów każdy znał dokładnie dwa języki z trzech: czeski, słowacki, węgierski. Język czeski i słowacki znało 17 osób, słowacki i węgierski 18 osób, a język czeski znało dwa razy więcej osób od tych, co znało czeski i węgierski. Ilu było uczestników spotkania i ile osób znało język węgierski?
6. Indianie Trisku stroili się na uroczystości wkładając po jednym piórze za każde ucho i jedno na czubku głowy. Natomiast Indianie Septu stroili się w pióropusz składający się z siedmiu piór. Ponadto wszyscy oni wkładali odświętne mokasyny na nogi. Na wspólnych tańcach z okazji udanych łowów pewien etnograf doliczył się stu pięćdziesięciu ośmiu mokasynów, a piór tyle, ile zwykle jest dni w roku. Ilu Indian Septu przybyło na tańce?
7. Z 216 sześciianików o krawędzi 1 ułożono sześcian o krawędzi 6. W tym sześcianie usunięto część sześciianików tworząc trzy tunele. Każdy z tych tuneli ma wymiar 2×2 i łączy jedną ścianę ze ścianą przeciwną w ten sposób, że środki ścian są środkami wlotu (bądź wylotu) tunelu. Ile sześciianików pozostało po tej operacji?
8. Do zapisu jakiej liczby mniejszej od 2022 trzeba użyć najwięcej cyfr rzymskich?
9. W trójkącie ABC można zaznaczyć taki punkt X boku AB , że $XB = XC$, kąt AXC ma miarę 60° oraz odcinek CX dzieli kąt ACB na połowy. Uzasadnij, że trójkąt ten jest prostokątny.
10. Spotkali się trzej przyjaciele: Adam, Bartek i Jacek. Wśród nich był łysy, łysawy i kędzierzawy, ale także gruby, grubawy i chudy. Określ, jakie cechy miał każdy z przyjaciół, jeśli Adam był grubszy od łysogo i łysawego, Bartek miał więcej włosów niż łysy, a Jacek nie był chudy.

RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ II – SZKICE ROZWIĄZAŃ

1. Suma obwodów trójkątów to 38. Łączenie bokami zmniejsza tę sumę o długości boków połączonych. Możliwe jest połączenie bokami o długościach 3, 4, 5 lub 6. Jednak połączenie równoczesne bokami o długościach 3 i 4 nie jest możliwe. Możliwe obwody wielokąta, to $38 - 2 \cdot (3+5) = 22$, $38 - 2 \cdot (3+6) = 20$, $38 - 2 \cdot (4 + 5) = 20$, $38 - 2 \cdot (4 + 6) = 18$, $38 - 2 \cdot (5 + 6) = 16$.
2. Mamy $22022022 = 22 \cdot 1001001$, zatem liczba wymieniona w pytaniu dzieli się przez siebie, przez 11 oraz przez jedną trzecią liczby 1001001, która jest większa (zatem różna) od 11. Odpowiedź na postawione pytanie jest twierdząca.
3. Liczb dwucyfrowych o sumie cyfr 10 jest 9, a trzycyfrowych $10+9+8+\dots+2$ (każdy składnik to ilość takich liczb o pierwszej cyfrze kolejno 1, 2, ..., 9). Zatem rozważanych kartek jest $2 \cdot 9 + 3 \cdot 54 = 180$.
4. Żołędzi było $8 \cdot 15 = 120$, co stanowi $\frac{5}{11}$ żołędzi i orzechów włoskich razem. Stąd wynika, że orzechów włoskich i żołędzi było 264. Ponieważ 264 stanowi $\frac{3}{7}$ wszystkich zapasów, to zapasów było 616. Teraz łatwo policzyć, że na zimę wiewiórce zostało 15 żołędzi, $264 - 120 = 144$ orzechów włoskich i $616 - 264 = 352$ orzechów laskowych.
5. Ponieważ każdy znający język czeski znał także język węgierski albo słowacki, to wśród nich było tyle samo osób znających język węgierski, co znających język słowacki. Oznacza to, że język czeski i węgierski znało 17 osób, zatem wszystkich uczestników spotkania było $17 + 17 + 18 = 52$. Oczywiście osoby nie znające węgierskiego znały czeski i słowacki, zatem język węgierski znało $52 - 17 = 35$ osób.
6. Oczywiście było 79 Indian przystrojonych w 365 piór. Gdyby wszyscy Indianie mieli po 3 pióra, to piór byłoby 237. Nadwyżka $365 - 237 = 128$ wynika z tego, że Indianie Septu mieli o 4 pióra więcej, zatem tych Indian było $128 : 4 = 32$.
7. "Drażenie" jednego tunelu to usunięcie $2 \times 2 \times 6 = 24$ sześciianików. "Drażenie" drugiego tunelu to usunięcie tylko 16 sześciianików, bo 8 z nich zostało usuniętych wcześniej. Tworzenie trzeciego tunelu to także usunięcie 16 sześciianików. Zatem pozostało $216 - 24 - 16 - 16 = 160$ sześciianików.
8. Wśród liczb od 1 do 9 najwięcej symboli rzymskich wymaga zapis liczby 8. Szukana liczba powinna mieć w zapisie rzymskim najwięcej cyfr do zapisu jedności, ale także do zapisu dziesiątek i setek oraz powinna być większa od 1000. Taką liczbą jest 1888 mająca zapis rzymski MDCCCLXXXVIII.
9. Korzystając z własności kątów przyległych, równości dwóch kątów w trójkącie równoramiennym oraz z sumy kątów w trójkącie mamy kolejno $\angle CXB = 120^\circ$, $\angle XBC = \angle XCB = 30^\circ$. Zatem, na mocy warunków zadania $\angle ACX = 30^\circ$. To oznacza $\angle CAB = 180^\circ - 30^\circ - 60^\circ = 90^\circ$, co należało pokazać.
10. Ponieważ Adam nie był łyсы ani łyсawy, to był kędzierzawy. Bartek nie był łyсы, więc łyсым był Jacek, a Bartek był łyсawy. Adam był grubszy od dwójki przyjaciół, więc był gruby. Zatem Jacek jest grubawy, bo nie był chudy. Stąd Bartek był chudy. Ostatecznie: Adam był gruby i kędzierzawy, Bartek był chudy i łyсawy, a Jacek grubawy i łyсы.