

## POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA I – rok szkolny 2015/2016

poziom: ponadgimnazjalny

### ĆWIERĆFINAŁ

1. W trójkącie  $ABC$  bok  $AC$  jest krótszy od boku  $BC$ . Dwusieczna kąta przy wierzchołku  $C$  przecina się z symetralną boku  $AB$  w punkcie  $M$ . Uzasadnij, że na czworokącie  $AMBC$  można opisać okrąg.
2. Czy kwadrat można podzielić na 2016 kwadratów?
3. Zegar cyfrowy wyświetla czas w formacie 24-godzinnym  $AB : CD$  (tzn. godziny i minuty). Przez jaki czas w ciągu doby na wyświetlaczu jest widoczna co najmniej jedna cyfra 1?
4. Ile cyfr w zapisie dziesiętnym ma liczba będąca liczbą cyfr liczby  $2016^{2016}$ ?
5. Czy długości odcinków, na które dzielą się dwie przecinające się cięciwy mogą wyrażać się czterema różnymi liczbami pierwszymi?
6. W finale Ligi Matematycznej wzięło udział 100 uczniów wyłonionych we wcześniejszych etapach z 14 szkół (z każdej szkoły w finale brał udział co najmniej jeden uczeń). Udowodnij, że pewne dwie szkoły miały w finale tę samą liczbę reprezentantów.
7. Dla jakich liczb całkowitych dodatnich  $k$  wyrażenie  $\frac{k^2+1}{k+7}$  ma wartość całkowitą?
8. Czy istnieją liczby całkowite  $a_1, a_2, \dots, a_{10}$  takie, że liczby  $a_1 - a_2, a_2 - a_3, a_3 - a_4, \dots, a_9 - a_{10}, a_{10} - a_1$  można ustawić w takiej kolejności, że będą tworzyły ciąg kolejnych liczb całkowitych?
9. Wyznacz, ile zer na końcu ma zapis dziesiętny liczby  $2015! + 2014!$ .
10. Rysunek poniżej przedstawia zapis poprawnego mnożenia pisemnego. Jak widać, tylko jedna cyfra jest widoczna, a pozostałe cyfry zostały zasłonięte gwiazdkami. Jak będzie wyglądało to działanie, gdy odsłonimy wszystkie gwiazdki?

$$\begin{array}{r} \star \star \\ \cdot \star \star \\ \hline \star \star \\ \star \star \star \\ \hline 9 \star \star \star \end{array}$$