

POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA I – rok szkolny 2015/2016

poziom: ponadgimnazjalny

RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ I

1. W trójkącie prostokątnym o przyprostokątnych 18 i 24 na krótszej przyprostokątnej, jako na średnicy, zbudowano okrąg. Jaką długość mają odcinki, na które ten okrąg podzielił przeciwprostokątną?
2. Jaką resztę z dzielenia przez 100 daje liczba $123456789^2 + 123456789$?
3. Uzasadnij, że dla nieskończenie wielu liczb naturalnych n liczba $4^n + 2^n$ dzieli się przez 10.
4. Czy istnieje wielościan, który ma dokładnie siedem krawędzi?
5. Ile jest różnych trójkątów o bokach całkowitej długości, których najdłuższy bok ma długość 10? Pisząc "różne trójkąty" mamy na myśli trójkąty, które nie są przystające.
6. Dwie cięciwy przecinają się wewnątrz koła tak, że odcinki jednej z nich mają długości 4 i 12, a odcinki drugiej pozostają w stosunku 1 : 4. Ile wynosi długość drugiej cięciwy?
7. Czy istnieje wielomian stopnia piątego o współczynnikach całkowitych, którego miejscem zerowym jest $\sqrt{5} - \sqrt{2}$? Jeśli tak, podaj przykład takiego wielomianu.
8. Dla jakich liczb naturalnych n liczba $n!$ jest podzielna przez n^2 ?
9. Oblicz sumę
$$[\log_2 1] + [\log_2 2] + [\log_2 3] + [\log_2 4] + \dots + [\log_2 127],$$
gdzie dla liczby rzeczywistej x symbol $[x]$ oznacza jej część całkowitą, czyli największą liczbę całkowitą, która nie przekracza x .
10. Jacek i Placek podjęli się wykonania pewnej liczby plakietek. Każdy z nich planował pracować z odpowiednią dla siebie wydajnością, robiąc po tyle samo plakietek dziennie z tym, że wydajność Jacka jest równa $66\frac{2}{3}\%$ wydajności Placeka. Wstępne obliczenia wykazały, że na wykonanie całego zamówienia potrzebują dokładnie 12 dni. Niestety, po trzech dniach pracy Jacek musiał wyjechać i nad pozostałymi plakietkami Placek pracował sam (nie zwiększając swojej dziennej normy). W ciągu ilu dni zostanie wykonane zamówienie?