

POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA I – rok szkolny 2015/2016

poziom: ponadgimnazjalny

RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ II

1. Czy jeżeli liczby $7x$ i $11x$ są całkowite, to liczba x też musi być całkowita?
2. Punkt P leży wewnątrz sześcianu o krawędzi długości $\sqrt{3}$. Ile wynosi minimalna suma odległości punktu P od wszystkich wierzchołków sześcianu?
3. Ile liczb naturalnych od 1 do 2015 jest podzielnych przez 10 lub 25?
4. Czy istnieje liczba naturalna, której kwadrat ma w zapisie dziesiętnym dokładnie 3 jedynki, 2 dwójki, 3 trójki, 4 czwórki i 5 piątek? (Inne cyfry nie występują.)
5. Czy jeśli pomiędzy każde dwie kolejne cyfry liczby 121 wstawimy tyle samo zer, to otrzymamy kwadrat liczby naturalnej?
6. Po okręgu o długości 160 cm poruszają się dwa punkty, każdy ze stałą prędkością. Jeżeli kierunki ich ruchów są zgodne, to punkt pierwszy wyprzedza punkt drugi co 10 sekund. Jeżeli zaś kierunki ruchów są przeciwne, to punkty mijają się co 4 sekundy. Ile wynoszą prędkości tych punktów?
7. W okręgu o środku O i promieniu 8 poprowadzono średnicę AB oraz cięciwę CD , która przecina AB w punkcie P takim, że $AP = PO$. Uzasadnij, że $PC = OC$ jeśli wiadomo, że $PD = 6$.
8. Wiadomo, że liczby naturalne n i k spełniają równość $7 \cdot n = 13 \cdot k$. Uzasadnij, że liczba $n + k$ jest złożona.
9. Obwód pewnego czworokąta wypukłego wynosi 36 cm. Jedna z przekątnych tego czworokąta dzieli go na dwa trójkąty o obwodach 24 cm oraz 20 cm. Czy jest to krótsza, czy dłuższa przekątna tego czworokąta?
10. Ciąg $a_1, a_2, \dots, a_{2015}$ jest ciągiem arytmetycznym. Wiadomo, że suma wszystkich jego wyrazów jest liczbą wymierną. Czy stąd wynika, że co najmniej jeden wyraz tego ciągu jest liczbą wymierną?