POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA I – rok szkolny 2015/2016

poziom: szkoła podstawowa

RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ I

1. Ala ma dwa razy więcej cukierków niż Ola i trzy razy więcej cukierków niż Ula. Ula ma natomiast o 7 cukierków mniej niż Ola. Ile cukierków mają te trzy dziewczynki razem?
2. Jaki kąt tworzą wskazówki zegara o godzinie 8.30?
3. W trzech pudełkach jest razem 420 guzików. Gdyby z pierwszego pudełka przełożyć 12 guzików do drugiego, a z drugiego przełożyć 32 guziki do trzeciego, to w każdym pudełku byłoby tyle samo guzików. Ile guzików jest w każdym z pudełek?
4. Jeśli lipiec ma dokładnie cztery wtorki i cztery soboty, to jakim dniem tygodnia się kończy?
5. Cyfrę miliardów liczby 11232172382123 zmniejszono tak, że nowa liczba jest podzielna przez 3. Ile wynosi ta nowa liczba?
6. Matylda, która uwielbia cyfrę 8, narysowała czerwone serduszko w obu pętelkach każdej ósemki występującej w numeracji stron książki "Kwadrat i jego drużyna". Ile serduszek narysowała, jeśli wiadomo, że książka ta ma 120 stron?
7. Mateusz zapalał 4 świeczki w odstępach co 3 minuty i obserwował ich płomienie. Każda z tych świeczek paliła się dokładnie przez 8 minut. Ile minut patrzył na dokładnie trzy płomienie?
8. Na kartce w kratkę, prowadząc długopis po liniach siatki, narysowano prostokąt o wymiarach 4 kratki na 9 kratek. Czy można ten prostokąt podzielić na dwie części (prowadząc podział po liniach siatki) tak, aby z tych części dało się zbudować kwadrat?
9. Ile dzielników naturalnych ma liczba 375?
10. Przez wierzchołek A kwadratu $ABCD$ o boku 9 cm poprowadzono prostą, która podzieliła ten kwadrat na trapez o polu 54 cm^2 i trójkąt. Ile wynoszą długości podstaw trapezu?

PMM – rok szkolny 2015/2016 – poziom: szkoła podstawowa

RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ I – SZKICE ROZWIĄZAŃ

1. Jeśli Ola ma x cukierków, to Ala ma ich $2x$, zaś Ula $x - 7$. Wiadomo, że $2x = 3(x - 7)$, czyli, że $x = 21$. Oznacza to, że Ola ma 21 cukierków, Ala 42 cukierki i Ula 14. Razem mają więc 77 cukierków.

2. Wskazówka minutowa będzie dokładnie na szóstce, czyli skierowana pionowo w dół. Wskazówka godzinowa w ciągu każdej godziny obraca się o $360° : 12 = 30°$ (przyjmujemy, że jej ruch jest jednostajny). Przez pół godziny obraca się więc o $15°$. Zatem od pionu, gdzie gościła o 6.00, odchyli się o $2 \cdot 30° + 15° = 75°$.

3. Sumaryczna liczba guzików się nie zmieni, zatem po opisanych operacjach w każdym z pudełek byłoby $420 : 3 = 140$ guzików. Odwracając opisane operacje przekładamy 32 guziki z trzeciego pudełka do drugiego oraz 12 guzików z drugiego do pierwszego i otrzymujemy początkowy stan guzików w pudełkach: 152, 160, 108.

4. Jeśli wypiszemy dni lipca od 1 do 31 po 7 w kolejnych wierszach:

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

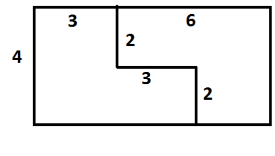
to widzimy, że opis trzech pierwszych kolumn stanowi trzy kolejne dni tygodni, z których żaden nie jest ani wtorkiem ani sobotą. Jedyną możliwością jest więc: środa, czwartek, piątek. Oznacza to, że ostatnim dniem tego lipca jest piątek.

5. Cyfra miliardów podanej liczby to 2. Ponieważ suma cyfr tej liczby wynosi 38, to cyfrę milardów trzeba zmniejszyć o 2. Nowa liczba zatem to 11230172382123 (11 bilionów 230 miliardów 172 miliony 382 tysiące 123).

6. Najpier musimy policzyć liczbę ósemek występujących w numeracji stron, a tych jest: 20 wśród liczb od 1 do 100 (10 razy pojawi się na miejscu jedności i 10 razy na miejscu dziesiątek) oraz 2 razy wśród liczb od 101 do 120. Daje to razem 22 ósemki. Jednak każda z nich ma dwie pętelki, zatem serduszek będzie 44.

7. Całą sytuację najwygodniej przedstawić na osi liczbowej, przyjmując np., że pierwsza świeczka została zapalona w punkcie 0 i paliła się do punktu 8, druga od 3 do 11 itd. Widzimy wtedy, że dokładnie trzy świeczki paliły się od punktu 6 do 8 oraz od 9 do 11. Czyli przez 4 minuty.

8. Można. Wystarczy zauważyć, że pole prostokąta, a zatem i otrzymanego kwadratu jest równe 36, czyli bok kwadratu będzie miał długość 6. Oto przykładowe rozwiązanie:



9. Ponieważ $375 = 3^1 \cdot 5^3$, to liczba ta ma 8 dzielników: 1, 3, 5, 15, 25, 75, 125, 375.

10. Otrzymany trójkąt to trójkąt prostokątny o polu równym $81 - 54 = 27$ (cm^2), zatem jego przyprostokątne maja długości 9 cm i 6 cm. W takim razie podstawy trapezu mają długości 3 cm i 9 cm.