

POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA II – rok szkolny 2016/2017

poziom: gimnazjalny

1/8 FINAŁU

1. Zapisz liczbę $2,1(102)$ w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego.
2. Wyjaśnij, która z liczb, a czy b , jest większa, jeśli:

$$a = 4 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{6}}}, \quad b = 4 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{6 + \frac{1}{2}}}}$$

3. Liczby Nivena, to takie liczby naturalne, które dzielą się przez sumę swoich cyfr. Na przykład, liczbami Nivena są 42, 45, 171, 552 (i wiele innych). Podaj najmniejszą liczbę Nivena o sumie cyfr 11.
4. Wyznacz najmniejszą liczbę naturalną różną od 5, która przy dzieleniu przez 24 i 21 daje tę samą resztę równą 5.
5. W trapezie $ABCD$ punkty M i N są środkami odpowiednio podstaw AB i CD . Punkt P należy do odcinka MN . Udowodnij, że trójkąty ADP i BCP mają równe pola.
6. Ile dzielników naturalnych ma liczba $5^3 \cdot 6^4$?
7. Matylda narysowała dwa okręgi: jeden o promieniu 3cm , a drugi o promieniu cztery razy większym, oraz odcinek AB łączący środki tych okręgów o długości 25cm . Następnie narysowała wspólną styczną do obu tych okręgów, która przecięła odcinek AB . Oblicz długość odcinka stycznej zawartego między punktami styczności.
8. Czy istnieje taka liczba naturalna, która przy dzieleniu przez 6 daje resztę 1 a przy dzieleniu przez 9 daje resztę 2?
9. Pokaż, że jeśli od kwadratu dowolnej liczby dwucyfrowej n odejmujemy kwadrat liczby powstałej z przestawienia cyfr liczby n , to otrzymana liczba będzie podzielna przez 99, a także przez sumę cyfr liczby n .
10. Wążąca tonę ruda żelaza zawiera pewną ilość tego metalu. Po usunięciu 100 kg zanieczyszczeń, zawierających średnio 2% żelaza, procent żelaza w pozostałej masie wzrósł o 5 punktów procentowych. Ile kilogramów żelaza jest w pozostałej masie?