

## POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA II – rok szkolny 2016/2017

poziom: gimnazjalny

### ĆWIERĆFINAŁ

1. W pierwszej szklance było 200 ml soku, a w drugiej 200 ml wody. Najpierw z pierwszej szklanki przelano do drugiej 30 ml soku, a po wymieszaniu zawartości drugiej szklanki, przelano z drugiej do pierwszej 50 ml mieszaniny. Na koniec z pierwszej szklanki przelano (po uprzednim wymieszaniu) 20 ml zawartości. Która z porcji jest większa: wody do soku w pierwszej szklance, czy soku do wody w drugiej?
2. W trójkąt prostokątny o bokach 3, 4, 5 wpisano kwadrat w ten sposób, że dwa boki zawierają się w przyprostokątnych, a jeden z wierzchołków leży na przeciwprostokątnej. Jaka jest długość boku kwadratu ?
3. Z klocków o wymiarach 1 cm × 1 cm × 1 cm zbudowano kanciastą szklankę o kwadratowym dnie oraz o grubościach dna i ścian wynoszących 1 cm. Jaka jest pojemność szklanki, jeżeli zużyto 105 klocków, a wysokość jest mniejsza od podwojonej szerokości ?
4. Wykaż, że w dowolnym trójkącie suma długości najdłuższego boku oraz podwojonej długości wysokości opuszczonej na ten bok jest większa niż suma długości pozostałych dwóch boków.
5. W turnieju tenisa każdego dwóch zawodników rozgrywa ze sobą co najwyżej jeden mecz. Uzasadnij, że w każdym momencie rozgrywek znajdzie się dwóch zawodników takich, którzy rozegrali taką samą liczbę meczów.
6. Znajdź pierwszą i ostatnią cyfrę liczby  $10^{100} + 5^{50} - 3^{50}$ .
7. Na gospodarstwo Bartka spadł deszcz. 50% wody deszczowej spłynęło do pobliskiej rzeki. Z pozostałej deszczówki: jedna trzecia wsiąkła w glebę, 25% znalazło się w basenie Bartka, piąta część pozostała na roślinach, a siódmą część Bartek zebrał do beczek. Ile wody deszczowej spadło na gospodarstwo Bartka, jeżeli wiadomo, że wszystkie wymienione ilości wody, liczone w  $m^3$ , były liczbami całkowitymi, a pojemność basenu była mniejsza niż  $150 m^3$ ?
8. Dla jakiej liczby całkowitej  $a$  suma wszystkich liczb naturalnych  $x$  spełniających nierówność
$$\frac{3x - 6}{3} - \frac{x + 4}{2} < a$$
wynosi 28?
9. Znajdź liczby pierwsze  $p$ , dla których liczba  $p + 36$  jest kwadratem liczby naturalnej.
10. Bartek ma przed sobą trzy torby pełne cukierków (w każdej jest ponad 100 sztuk). W pierwszej są toffi, w drugiej irysy, a w trzeciej krówki. Bartek chce skomponować zestaw złożony z dziesięciu cukierków (niekoniecznie różnych). Na ile sposobów może to zrobić?