

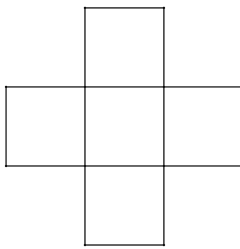
POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA II – rok szkolny 2016/2017

poziom: gimnazjalny

FINAŁ

- Dla liczby naturalnej n symbolem $n!$ (czyt. " n silnia") oznaczamy iloczyn wszystkich liczb naturalnych od 1 do n włącznie. Dla jakiej najmniejszej liczby naturalnej n liczba $n!$ dzieli się przez 1001?
- Na stole ułożono cztery kulki o promieniu 1 cm tak, że ich środki tworzą wierzchołki kwadratu i każda z nich jest styczna do dwóch innych. Na nie ułożono piątą taką samą kulkę, stycznie do nich. Ile wynosi wysokość tak utworzonej "piramidy"?
- O pewnych liczbach całkowitych n, k wiemy, że $n(n + 1) = 2k(k + 1)$. Pokaż, że liczba $nk(n + 1)(k + 1)$ jest podzielna przez 3.
- Adam i Jacek wybrali się jednym rowerem z Pcimia do Kcimia trasą widokową o długości 30 km. Wyruszyli razem o 9 rano: Adam na rowerze, Jacek pieszo. Po 10 minutach Adam zostawił rower na trasie i poszedł dalej pieszo. Gdy Jacek dotarł do roweru, pojechał na nim 10 minut, następnie zostawił go na trasie i pomaszerował dalej. Tak postępując równocześnie dotarli do celu i choć minęło już południe, to podróż zajęła im mniej niż 3,5 godziny. Każdy z nich maszerował z taką samą prędkością, a na rowerze jechał trzy razy szybciej. Z jaką prędkością jechali oni rowerem?
- Oblicz pole figury (na płaszczyźnie) złożonej z dwóch kół o promieniach 1 i 2 takich, że średnica mniejszego koła jest cięciwą większego.

				A					
	B	B	B	B					
	B	B	B	B					
	B	B	B	B					
		+	B	B	B	B			
				=	A	B	B	B	B
- Znajdź wszystkie pary liczb całkowitych x, y spełniające równanie $x^2 = 2017 + 144y^2$.
- Z pięciu jednakowych kwadratów o boku długości 2 ułożono krzyż (przedstawiony na rysunku obok). Oblicz objętość bryły powstałej przez obrót tego krzyża wokół prostej zawierającej przekątną środkowego kwadratu.
 
- O liczbach rzeczywistych x, y, z wiemy, że $x + y + z = 2$ oraz $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$. Oblicz $x^2 + y^2 + z^2$.
- Liczbę naturalną nazwiemy antypierwszą, jeżeli posiada ona więcej dzielników niż każda mniejsza od niej liczba naturalna. Pokaż, że liczb antypierwszych jest nieskończenie wiele.