

POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA II – rok szkolny 2016/2017

poziom: gimnazjalny

PÓŁFINAŁ

1. Czy liczba $\sqrt{44,444\dots} - \sqrt{0,444\dots}$ jest wymierna?
2. Wiek Adama, Basi i Jacka, podany w latach, wyraża się liczbą całkowitą. Jacek ma 3 razy tyle lat, ile miała Basia, kiedy Adam był w wieku Jacka. Jacek jest starszy od Basi o połowę wieku Adama. Liczba lat Adama dzieli się przez 4, a wiek Jacka nie dzieli się ani przez 12 ani przez 27. Ponadto Adam nie jest jeszcze w wieku emerytalnym. W jakim wieku są wymienione osoby?
3. Michaś miał okrutne hobby: codziennie wpadał do biblioteki i na półce "Literatura podróźnicza" zmieniał miejscami książki – ale zawsze tak, że spośród wszystkich 40 książek znajdujących się na tej półce dokładnie 2 pozostawały na miejscu. Pani bibliotekarka codziennie, po wyjściu Michasia, pracownicy ustawiała książki we właściwej kolejności. Michaś zaś dbał o to, by każdego dnia został na miejscu inny zestaw dwóch książek. Po ilu dniach Michaś nie będzie mógł już kontynuować swej nieludzkiej zabawy?
4. Symetralna przeciwprostokątnej trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych $a = 6$, $b = 8$ odcina z tego trójkąta czworokąt. Oblicz średnicę okręgu opisanego na tym czworokącie.
5. W Małej Sumce jest tylko jedna szkoła podstawowa i każda klasa liczy tam mniej niż 40 uczniów. W klasie $1a$ dziewczęta stanowią 60% uczniów tej klasy i wszystkie przyszły dziś do szkoły na czas. Jednak część chłopców zasnęła i dlatego na pierwszej godzinie obecnych było jedynie 90% uczniów. Ilu uczniów liczy $1a$, jeśli wiadomo, że dokładnie jedna trzecia chłopców z tej klasy będzie miała na koniec roku szóstkę z matematyki?
6. Jakie jest pole figury ograniczonej przez trzy styczne zewnętrznie okręgi o promieniach 1 , 1 , $\sqrt{2} - 1$?
7. Oblicz (bez użycia kalkulatora) $2345 \cdot 567856785678 - 5678 \cdot 234523452345$.
8. Uzasadnij, że dla dowolnej liczby naturalnej n liczba $n^5 - n$ jest podzielna przez 5.
9. Dane są dwie liczby naturalne a i b . Wiadomo, że żadna z tych liczb – ani ich różnica – nie jest podzielna przez 3. Czy iloczyn tych liczb może być kwadratem liczby naturalnej?
10. Rozwiąż w liczbach całkowitych równanie $xy - 6 = 2x - 3y - 5$.