

POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA II – rok szkolny 2016/2017

poziom: ponadgimnazjalny

RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ I

1. Liczby x i y są ujemne oraz suma ich odwrotności jest równa połowie ich sumy. Znajdź iloczyn tych liczb.
2. Czworokąt $ABCD$ jest wpisany w okrąg, przy czym $AB = CD$. Pokaż, że przekątne dzielą się w stosunku $BC : AD$.
3. Rozstrzygnij, czy liczba

$$2016^{2014} + 2016^{2015} + 2016^{2016} + 2016^{2017}$$

jest podzielna przez 2017.

4. Wewnątrz prostokąta $ABCD$ obrano dowolnie punkt M . Pokaż, że istnieje czworokąt wypukły, którego przekątne są prostopadłe i mają długości AB i BC , a boki mają długości AM, BM, CM, DM .
5. Przekątne trapezu podzieliły go na cztery trójkąty, z których trzy mają pola 3, 6 i 12. Podaj, ile wynosi pole czwartego trójkąta.
6. Wielomian stopnia 3 o współczynnikach niewymiernych posiada dwa pierwiastki niewymierne. Czy trzeci pierwiastek też musi być niewymierny?
7. Czy istnieje wielościan wypukły, który ma dwa razy więcej krawędzi niż wierzchołków?
8. Rozwiąż w liczbach naturalnych równanie $1/n + 1/k + 1/\ell = 1$.
9. Znajdź funkcję kwadratową, która dla każdej liczby rzeczywistej x spełnia zależność

$$f(2x - 1) = 8x^2 - 14x.$$

10. Oblicz największy wspólny dzielnik liczb 12345678^9 oraz 10^{2016} .