POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA II – rok szkolny 2016/2017

poziom: ponadgimnazjalny

RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ II

1. Znaleźć wszystkie pary liczb całkowitych x, y, dla których spełnione jest równanie
$$(x^2+1)(y^2+1) = (x+y)^2$$
2. Punkt P leży wewnątrz sześcianu o krawędzi długości 1. Ile wynosi minimalna suma kwadratów odległości punktu P od wszystkich ścian sześcianu?
3. Ile liczb naturalnych od 1 do 2017 (włącznie) jest nieparzystych i nie dzieli się przez 5?
4. Czy liczba 1317 może być różnicą kwadratów dwóch liczb naturalnych?
5. Czy do liczby 2016^2 możemy dodać pewną liczbę trzycyfrową, tak by otrzymać kwadrat liczby naturalnej?
6. O której godzinie wskazówki zegara tworzą po raz pierwszy w ciągu doby kąt $250°$? Przyjmujemy, że doba zaczyna się o północy.
7. Jedna z przyprostokątnych trójkąta prostokątnego ma długość 15, zaś promień okręgu wpisanego w ten trójkąt wynosi 3. Ile wynosi obwód tego trójkąta?
8. Dowolne trzy wierzchołki trapezu równoramiennego (niebędącego równoległobokiem) wyznaczają trójkąt równoramienny. Ile wynoszą miary kątów tego trapezu?
9. Ciąg $a_1, a_2, \ldots, a_{2016}$ jest ciągiem arytmetycznym i zawiera dwie liczby wymierne. Czy wynika stąd, że wszystkie wyrazy tego ciągu są liczbami wymiernymi?
10. Jaś ma 17 karteczek z różnymi liczbami całkowitymi. Raz ustawił je w kolejności i oznaczył $a_1, a_2, \ldots a_{17}$, a potem pomieszał i oznaczył od nowa $b_1, b_2, \ldots b_{17}$. Jaś chciałby uzyskać w ten sposób nieparzysty iloczyn $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2) \cdot \ldots \cdot (a_{17} - b_{17})$. Czy jest to możliwe?