

POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA II – rok szkolny 2016/2017

poziom: ponadgimnazjalny

RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ III

1. Kąt przy wierzchołku C trójkąta ABC jest prosty. Ponadto $CA = CB = 1$. Na boku BC obrano punkt X , na boku AC punkt Y , a na boku AB punkt Z , przy czym $CX = 2XB$, $AY = \frac{1}{2}YC$ oraz $AZ = \frac{1}{3}ZB$. Oblicz pole trójkąta XYZ .
2. Pokaż, że pole czworokąta $ABCD$ nie jest większe od $\frac{1}{2}(AB \cdot BC + AD \cdot DC)$.
3. Dla jakich całkowitych n liczba $\frac{3n^2 - 7n + 6}{n - 3}$ jest całkowita?
4. Czy wielomian stopnia 3 o współczynnikach całkowitych może mieć trzy różne pierwiastki wymierne takie, że żaden z nich nie jest całkowity?
5. Ciąg x_n jest zdefiniowany przez $x_1 = 7$, $x_2 = -5$ oraz $x_{n+2} = x_{n+1} - x_n$ dla $n \geq 1$. Oblicz sumę pierwszych 2017 wyrazów tego ciągu.
6. Ile kątów ma n -kąt wypukły, jeśli suma jego pewnych $(n - 1)$ kątów wynosi 2016° ?
7. Znajdź wszystkie liczby naturalne rozpoczynające się siódmką, które po zamazaniu tej siódemki mają 36 razy.
8. Udowodnić, że wśród trzech kolejnych liczb naturalnych, z których środkowa jest sześcianem liczby naturalnej, znajduje się zawsze liczba podzielna przez 7.
9. Dla jakich wartości m z odcinków o długościach $2m + 2$, $m + 8$, $3m + 1$ można zbudować trójkąt równoramienny?
10. Szansa, że będzie padać w sobotę wynosi 40%. Prawdopodobieństwo, że będzie padać w niedzielę, to 30%. Jednak prawdopodobieństwo, że będzie padać w niedzielę jest dwukrotnie większe, gdy w sobotę padało niż wtedy, gdy w sobotę jest bezdeszczowo. Jaka jest szansa, że w te dwa dni deszcz jednak nie spadnie?