

## POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA II – rok szkolny 2016/2017

poziom: szkoła podstawowa

### RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ I

1. Jaki kąt zatoczy mała wskazówka zegara między godziną 1.17 i 1.49?
2. Grześ jest o 7 cm niższy niż Paweł, a różnica wzrostów Pawła i Gawła wynosi 5 cm. Piotr zaś jest wyższy od Gawła o 2 cm. Jaka jest różnica wzrostów Piotra i Pawła?
3. Mateusz urodził się dwunastego marca dwa tysiące czwartego roku o godzinie ósmej trzydzieści sześć i z tego powodu uwielbia liczbę sto dwadzieścia miliardów trzysta dwadzieścia milionów czterdzieści tysięcy osiemset trzydzieści sześć (nazywa ją swoją liczbą). Która liczba naturalna podzielna przez 15 jest najbliższa liczby Mateusza?
4. W dwóch pudełkach jest razem 150 koralików. Gdyby Matylda przełożyła 5 koralików z pierwszego pudełka do drugiego, to w obu pudełkach byłoby tyle samo koralików. Ile koralików powinna przełożyć Matylda z drugiego pudełka do pierwszego, aby w pierwszym było ich dwa razy więcej niż w drugim?
5. Punkt  $M$  jest środkiem boku  $AB$  trójkąta  $ABC$  o polu  $20 \text{ cm}^2$ , zaś punkt  $N$  jest środkiem odcinka  $CM$ . Ile jest równe pole trójkąta  $MBN$ ?
6. Mateusz policzył wszystkie jedyńki i dwójki występujące w numeracji stron książki "Pan Trapez" i otrzymał wynik 50. Jaki wynik by otrzymał, gdyby policzył piątki?
7. Jacek napisał na kartce pewną liczbę i powiedział do Tomka: "Zobacz, jeśli podzielę 125 przez tę liczbę, to dostanę resztę 7". Tomek pomyślał chwilę i napisał na kartce inną liczbę, po czym rzekł do Jacka: "Moja liczba też ma tę samą własność". Ile wynosi suma liczb napisanych przez obu chłopców?
8. Mateusz ma super specjalistyczne urządzenie do puszczania baniek mydlanych. Co trzy sekundy wylatuje piękna bańka, która jest widoczna przez dwadzieścia sekund, a potem znika. Ile najwięcej baniek może być widocznych naraz?
9. Mateusz obliczył, ile w sumie było wtorków i sobót w roku jego urodzin. Jaką liczbę otrzymał?
10. Jeśli do liczby, o której pomyślała Matylda, dodamy 5, sumę pomnożymy przez 3, a następnie wynik zwiększymy o 4, to otrzymamy tyle samo, gdybyśmy najpierw zmniejszyli tę liczbę o 2, a potem wynik pomnożyli przez 4. A ile otrzymamy biorąc jedną trzecią liczby pomyślanej przez Matyldę i zwiększając wynik o 3?

**PMM – rok szkolny 2016/2017 – poziom: szkoła podstawowa**  
**RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ I – SZKICE ROZWIĄZAŃ**

1. Ponieważ w ciągu każdej minuty mała wskazówka zatacza kąt  $0,5^\circ$ , to szukany kąt wynosi  $(49 - 17) \cdot 0,5^\circ = 16^\circ$ .
2. Należy rozważyć dwie możliwości: pierwszą, gdy Paweł jest o 5 cm wyższy od Gawła oraz drugą, gdy to Gaweł jest o 5 cm wyższy od Pawła. Otrzymujemy zatem dwa rozwiązania: 3 cm lub 7 cm.
3. Liczba Mateusza to 120 320 040 836. Liczba jest podzielna przez 15 wtedy i tylko wtedy, gdy dzieli się przez 5 i przez 3. Szukana liczba ma więc na końcu 0 lub 5 oraz sumę cyfr podzieloną przez 3. Zauważmy, że najbliższe liczby podzielne przez 5 to liczby 120 320 040 835 oraz 120 320 040 840. Z tych dwóch liczb tylko druga jest podzielna przez 3, gdyż suma cyfr pierwszej wynosi 28, a drugiej 24. Zatem szukana liczba to 120 320 040 840.
4. Możemy łatwo obliczyć, że w pierwszym pudełku jest 80 koralików, a w drugim 70. Skoro w pierwszym ma być ich dwa razy więcej niż w drugim, to w pierwszym powinno znaleźć się  $\frac{2}{3} \cdot 150 = 100$  koralików. W takim razie Matylda powinna przełożyć 20 koralików.
5. Pole trójkąta  $MBC$  to połowa pola trójkąta  $ABC$ , czyli  $10 \text{ cm}^2$ . Zaś pole trójkąta  $MBN$  to połowa pola trójkąta  $MBC$ , czyli  $5 \text{ cm}^2$ .
6. Wśród liczb jednocyfrowych 1,2,...,9 występuje każda niezerowa cyfra dokładnie jeden raz. Natomiast wśród liczb dwucyfrowych 10,11,...,99 każda niezerowa cyfra występuje dokładnie  $(2 \cdot 90 - 9) : 9 = 19$  razy. Oznacza to, że na stronach od 1 do 99 jest w sumie 40 jedynek i dwójek (oraz 20 piątek). Skoro Mateusz naliczył aż 50 jedynek i dwójek, to książka musiała mieć kilka stron więcej, a mianowicie: 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, bo na nich jest właśnie 10 dodatkowych jedynek i dwójek (jest też jedna piątka). Książka nie mogła mieć już kolejnych stron, bo w numeracji strony 108 występuje jedyńska. Ostatecznie, książka miała 107 stron i gdyby Mateusz liczył piątki, to naliczyłby ich 21.
7. Zauważmy, że liczba  $125 - 7 = 118$  dzieli się i przez liczbę napisaną przez Tomka i przez Jacka. Jednak liczba 118 rozkłada się następująco:  $118 = 2 \cdot 59$ , a ponieważ 59 jest liczbą pierwszą, to liczba 118 ma tylko cztery dzielniki: 1, 2, 59 i 118. Każdy z chłopców napisał jednak liczbę większą niż 7, bowiem reszta z dzielenia jest zawsze mniejsza niż dzielnik. Zatem jeden z nich napisał liczbę 59, a drugi 118. Ostateczna odpowiedź to 177.
8. Skoro bańka żyje 20 sekund, to w czasie jej życia zdąży się pojawić jeszcze 6 baniek (bo pojawiają się co 3 sekundy). Zatem maksymalnie może być widocznych 7 baniek.
9. W roku zwykłym sześć dni tygodnia występuje dokładnie 52 razy, a jeden z dni tygodnia aż 53 razy. W roku przestępnym pięć dni tygodnia występuje 52 razy, a któreś dwa kolejne dni tygodnia występują 53 razy. Ponieważ wtorek i sobota to nie są kolejne dni tygodnia, więc albo oba wystąpiły po 52 razy, albo jeden z tych dni wystąpił 53 razy. Ostatecznie, Mateusz otrzymał wynik albo 104 albo 105.
10. Jeśli przez  $x$  oznaczymy liczbę pomyślaną przez Matyldę, to z warunków zadania wynika, że  $3(x + 5) + 4 = 4(x - 2)$ , co daje  $x = 27$ . Zatem po opisanych czynnościach otrzymamy liczbę 12.