

POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA IV – rok szkolny 2018/2019

poziom: gimnazjum

RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ I

1. Które liczby trzycyfrowe maleją dziewięciokrotnie po starciu pierwszej cyfry?
2. Określ, jakiego znaku jest liczba $25^{16} - 16^{25}$.
3. Czy istnieje taka liczba całkowita dodatnia n , że ułamek $\frac{8n+3}{12n+4}$ można skrócić?
4. Uzasadnij, że liczba postaci $k^3 - k + 1$, gdzie k jest liczbą naturalną, nie jest podzielna przez 3.
5. Na każdym polu kratownicy 7×7 siedzi dokładnie jedna mucha. W jednej chwili każda mucha przelatuje na sąsiednie pole (graniczące bokiem). Pokaż, że na pewnym polu nie będzie muchy.
6. Znajdź trzy liczby całkowite takie, że iloczyn każdych dwóch z nich powiększony o 1 jest kwadratem liczby całkowitej.
7. Czy cieniem sześcianu (oświetlonego wiązką równoległych promieni świetlnych) może być sześciokąt, w którym przynajmniej cztery boki są takiej samej długości?
8. Kąt przy wierzchołku C trójkąta ABC jest prosty oraz $AC = 9$ i $BC = 12$. Okrąg jest styczny do dwóch boków trójkąta ABC : do boku BC w A' , a do boku AB w C' , przy czym $CA' = 2BA'$. Podaj, w jakim stosunku punkt C' dzieli bok AB .
9. W kwadracie $ABCD$ o polu 1 punkty A_1, B_1, C_1, D_1 są odpowiednio środkami boków CD, DA, AB, BC . Ile wynosi pole czworokąta, którego boki zawierają się w prostych AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 ?
10. Rozstrzygnij, czy można tak pomalować każdy punkt prostej na czarno lub biało, aby punkty odległe o 2 miały taki sam kolor, a punkty odległe o 1 były różnego koloru.