

POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA IV – rok szkolny 2018/2019

poziom: gimnazjum

RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ II

1. Czterej kibice ubierali w ciemnej szatni T-shirty. Wiedzieli, że znajdują się tam 4 białe koszulki z godłami Realu Madryt na plecach i 3 białe koszulki z godłami Juventusu Turyn, też na plecach. Wychodzili z szatni gęsiego tak, że każdy z nich widział plecy tylko tych, którzy wyszli przed nim. Oczywiście pierwszy nie widział żadnych pleców. Rozmawiał z nimi reporter tak, że każdy słyszał całą rozmowę. Spytał tego, który wyszedł ostatni, czy wie, jaką ma koszulkę. Odpowiedział, że nie wie. Następnie spytał o to tego, który wyszedł trzeci. Odpowiedź była taka sama. Tak też odpowiedział wychodzący jako drugi. Czy pierwszy wychodzący mógł wywnioskować, jaką miał koszulkę?
2. W trzycyfrowej liczbie podzielnej przez osiem przestawiono pierwszą cyfrę na koniec i otrzymano liczbę podzielną przez 101. Jakie liczby mają taką własność?
3. Punkt  $S$  jest środkiem okręgu wpisanego w trójkąt  $ABC$ , w którym kąt  $ABC$  ma miarę  $40^\circ$ . Oblicz miarę kąta  $ASC$ .
4. Na okręgu danych jest 7 punktów. Czy mogą istnieć 3 proste dzielące płaszczyznę na części tak, by we wnętrzu każdej z tych części znajdował się dokładnie jeden z danych punktów?
5. W szesnastokącie foremnym pomalowano 9 wierzchołków na zielono. Czy istnieje trójkąt prostokątny o trzech zielonych wierzchołkach?
6. Ile jest par liczb całkowitych takich, że
$$x^4 + y^4 = 2018?$$
7. Jacek zrobił z drutu 20-kąt foremny i do każdego wierzchołka przyspawał odpowiednio długi prosty drut, tak że punkt przyspawania przypadł w środku drutu. Następnie połączył końce wszystkich przyspawanych drutów, z każdej strony wielokąta osobno, tak, że powstała konstrukcja będąca szkieletem dwóch ostrosłupów złączonych podstawami. Basia zrobiła analogiczną konstrukcję, rozpoczynając od 21-kąta. Każde z nich chce pomalować swoje dzieło, w ten sposób, żeby nie odrywać pędzla od konstrukcji i każdy kawałek drutu między złączeniami malować tylko raz. Dla którego z nich istnieje możliwość takiego pomalowania?
8. Przekątne czworokąta  $ABCD$  są prostopadłe. Pokaż, że  $AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2$ .
9. Liczba naturalna  $d$  jest dzielnikiem liczby  $a$ . Liczbę  $d$  zwiększono o 70%, otrzymując inny dzielnik liczby  $a$ . Czy liczba  $a$  dzieli się przez 85?
10. Jaś wyjechał rano z domu swoim samochodem i o 19.00 dotarł na miejsce. Jechał z prędkością  $x$  kilometrów na godzinę, pokonując 1 kilometr w ciągu  $x$  sekund. Podaj prędkość, z jaką jechał Jaś, wyrażoną w metrach na sekundę.