POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA IV – rok szkolny 2018/2019

poziom: ponadgimnazjalny

RUNDA ELIMINACYJNA – MECZ III

1. Niech n będzie dowolną liczbą naturalną. Wykaż, że $(22n)^{100}$ oraz $(14n)^{200}$ mają te same cyfry jedności.
2. Wyrażenie $\sqrt{8+\sqrt{n+64}}$ jest liczbą naturalną dla pewnej liczby dodatniej n. Pokaż, że n jest liczbą naturalną podzielną przez 3 i większą od $3\sqrt{2018}$.
3. Czy istnieją liczby całkowite a, b, c takie, że zapis każdej z liczb ab, bc, ca kończy się cyframi 40?
4. W trójkącie ABC kąt BAC jest dwa razy większy od kąta ABC. Dwusieczna kąta BAC przecina bok BC w punkcie E, dzieląc bok BC w stosunku $2:1$ (licząc od wierzchołka B). Oblicz miary kątów trójkąta ABC.
5. Dany jest trójkąt o bokach a, b, c i polu S. Pokaż, że $8S^3 < (abc)^2$.
6. Ile jest liczb mniejszych od 10000 o sumie cyfr równej 30?
7. Rozstrzygnij, czy iloczyn dwóch funkcji rosnących musi być funkcją rosnącą.
8. Przekrój sześcianu $ABCDA'B'C'D'$ o krawędzi długości 1 zawiera wierzchołek A oraz środki krawędzi BB' i CC'. Oblicz pole tego przekroju.
9. Królewna Śnieżka napisała list do każdego z siedmiu krasnoludków, ale włożyła je do kopert z adresami przypadkowo. Jaka jest szansa, że dokładnie czterech krasnoludków dostanie listy przeznaczone dla nich?
10. Pokaż, że równanie $x^8 = 4x^2 + 1$ posiada dokładnie dwa rozwiązania.