

POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA IV – rok szkolny 2018/2019

poziom: ponadgimnazjalny

PÓŁFINAŁ

1. Florian napisał na tablicy cztery liczby rzeczywiste. Matylda wypisała wszystkie możliwe sumy: 1, 3, 3, 8, 8, 10 dwóch z tych liczb i starła liczby napisane przez Floriana. Ile wynosił iloczyn startych liczb?
2. Czy częścią wspólną sześcianu i płaszczyzny może być trójkąt prostokątny?
3. Pokaż, że wielomian $W(x) = x^6 + x^5 - x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$ nie ma pierwiastków rzeczywistych.
4. Udowodnij, że liczba $n^2 + 2^n$ jest podzielna przez 5 wtedy i tylko wtedy, gdy liczba $n^2 \cdot 2^n + 1$ jest podzielna przez 5.
5. Podaj liczbę par liczb całkowitych nieujemnych (y, z) spełniających równanie
$$7^{2019} + y^2 = z^2.$$
6. Cyfry pewnej liczby całkowitej tworzą ciąg rosnący oraz suma i iloczyn tych cyfr są równe. Jaka to liczba?
7. Punkt kwadratu jednostkowego połączono z jego wierzchołkami, dzieląc kwadrat na cztery trójkąty. Czy pola tych trójkątów mogą stanowić ciąg geometryczny o ilorazie różnym od 1?
8. Dany jest 2018-kąt foremny. Ile jest trójkątów prostokątnych, których wierzchołkami są wierzchołki tego wielokąta?
9. Sześciokąt $ABCDEF$ jest wpisany w okrąg i zachodzą równości: $BC = CD$, $DE = EF$, $FA = AB$. Wykaż, że pole trójkąta ACE jest połową pola sześciokąta $ABCDEF$.
10. Udowodnij, że prosta symetryczna do środkowej CS trójkąta ABC względem dwusiecznej kąta C tego trójkąta dzieli bok AB na odcinki proporcjonalne do kwadratów długości boków AC i BC .