UNIWERSYTET GDAŃSKI

BEZRUTYNY

Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki Uniwersytetu Gdańskiego

POMORSKIE MECZE MATEMATYCZNE

EDYCJA IV – rok szkolny 2018/2019

poziom: szkoła podstawowa

FINAŁ

1. Jacek rzucał kostką sześcienną, w której dwie ściany były zielone, dwie czerwone i dwie niebieskie. Po pierwszym rzucie Jacek widział dokładnie trzy sąsiednie ściany: dwie zielone ściany i jedną czerwoną, a po drugim również widział dokładnie trzy sąsiednie ściany: dwie niebieskie i jedną zieloną. Jaki był kolor ściany leżącej naprzeciw ściany zielonej, którą widział Jacek w drugim rzucie?

2. Karol wypisał po kolei wszystkie liczby naturalne $1, 2, 3, \ldots, 1000$. Po wszystkim otoczył kółeczkiem każdą z cyfr 3 oraz 5. Ile cyfr Karol otoczył kółeczkiem?

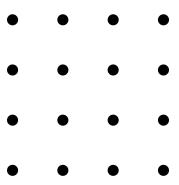
3. Jedna z wysokości trójkąta równoramiennego dzieli jego pole w stosunku $1 : 2$. Oblicz obwód tego trójkąta, jeśli wiadomo, że podstawa ma długość 12 cm. Rozważ wszystkie przypadki.

4. W układzie współrzędnych zaznaczono pięć punktów A, B, C, D, E o współrzędnych będących liczbami całkowitymi. Uzasadnij, że można tak wybrać dwa z tych punktów, żeby środek łączącego je odcinka też miał współrzędne całkowite.

5. W pewnym lesie było 230 zwierząt trzech gatunków: żubrów, dzików i zajęcy. Każdy zając ważył 2 kg, dzik 100 kg, a żubr 500 kg. Wszystkie zwierzęta razem ważyły 11 ton. Ile było zwierząt poszczególnych gatunków?

6. Iloczyn cyfr pewnej liczby całkowitej dodatniej wynosi 4^{2019}. Pokaż, że suma cyfr tej liczby wynosi co najmniej 8076.

7. W czterech rzędach i czterech kolumnach odległych o 1 znajduje się 16 punktów (jak na rysunku obok). Ile jest trójkątów prostokątnych równoramiennych o wierzchołkach w tych punktach?



8. Za pomocą trzech różnych niezerowych cyfr Antek utworzył wszystkie możliwe liczby trzycyfrowe o różnych cyfrach. Jedynie część tych liczb była podzielna przez 6 i te Antek dodał otrzymując liczbę 3108. Ile wynosi suma pozostałych liczb utworzonych przez Antka?

9. Każdy z czwórki przyjaciół: Adam, Antek, Basia i Jacek albo zawsze mówi prawdę albo zawsze kłamie. Jeśli Basia mówi, że Jacek kłamie, a Jacek mówi, że Adam kłamie, zaś Adam mówi, że Jacek kłamie i Antek mówi, że Basia kłamie, to ilu z tych przyjaciół kłamie?

10. W trójkącie ABC długości boków wynoszą $|AB| = 11$, $|BC| = 7$ i $|AC| = 5$. Na bokach AB, BC i AC obrano punkty, odpowiednio K, L, M tak, że $|AK| = 8$, $|CL| = 3$ oraz $|AM| = 2$. Jaką częścią pola trójkąta ABC jest pole czworokąta $AKLM$?